

## Модели экструзивных извержений.

- Циклические режимы роста лавовых куполов.
- Кинетика кристаллизации магмы, вызванная дегазацией.
- Модель с кусочно-постоянной вязкостью. Стационарное решение. Неустойчивость. Выход на стационар и циклический процесс.
- Учет нелинейной реологии магмы и кинетики кристаллизации.
- Распределения кристаллов по размерам

**МЕЛЬНИК ОЛЕГ ЭДУАРДОВИЧ**

ТЕЛ 939-5476, EMAIL: [MELNIK@IMEC.MSU.RU](mailto:MELNIK@IMEC.MSU.RU)

Страница курса в Интернете:

[http://wiki.web.ru/wiki/Геологический\\_факультет\\_МГУ:Вулканология](http://wiki.web.ru/wiki/Геологический_факультет_МГУ:Вулканология)

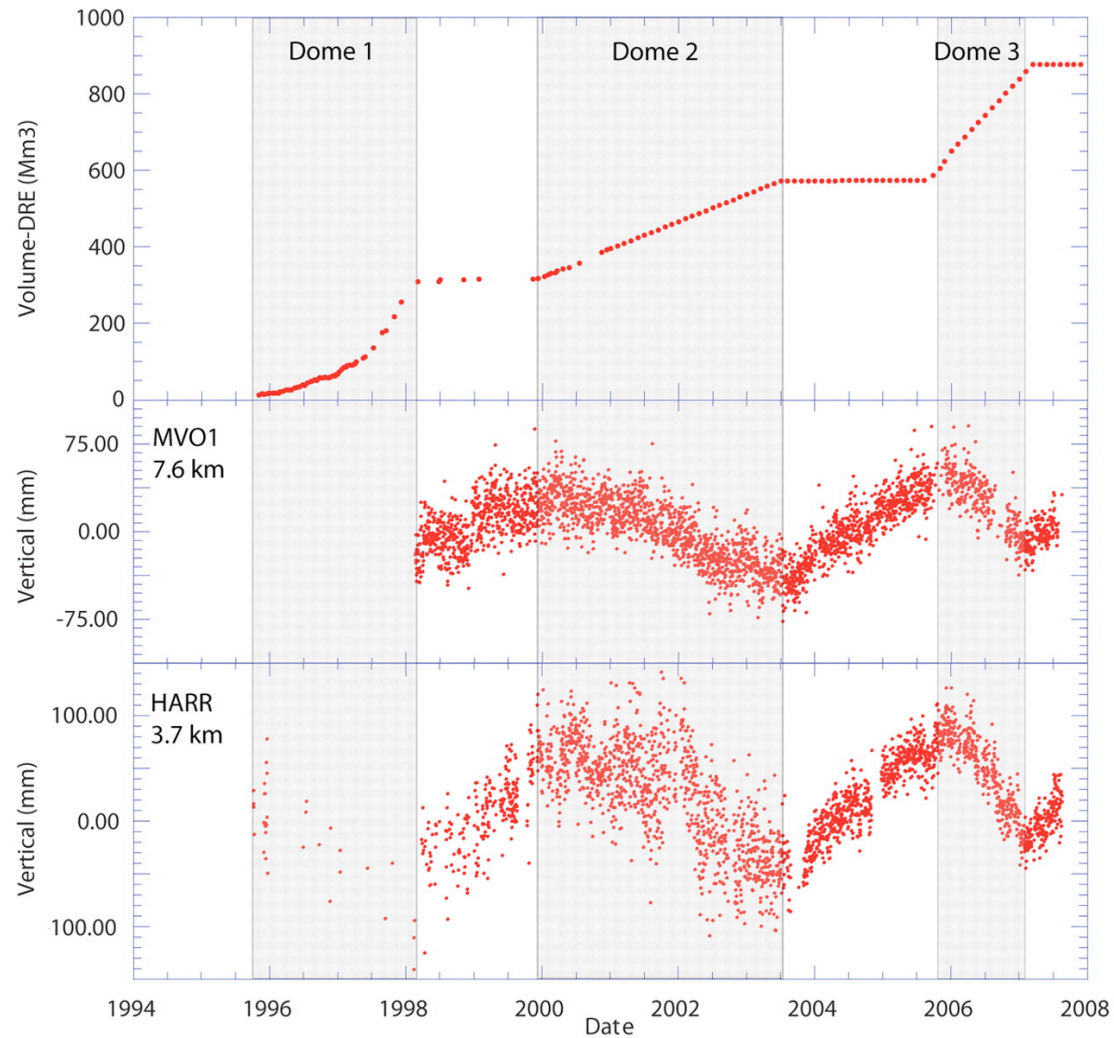


# Циклические режимы (SHV)

- Короткопериодные (часы, дни)
  - Угломерные измерения
  - Сейсмические данные
- Длиннопериодные (2-3 года)
  - Рост купола
  - Паузы в извержениях
  - Деформации поверхности (опускание во время роста, поднятие при паузах)
- Промежуточные (5-7 недель)
  - Быстрое изменение скорости роста купола
  - Сейсмические события и пирокластические потоки
  - Угловые измерения



# Объем купола и деформации поверхности на SHV





# Mount St. Helens (1980-1987)

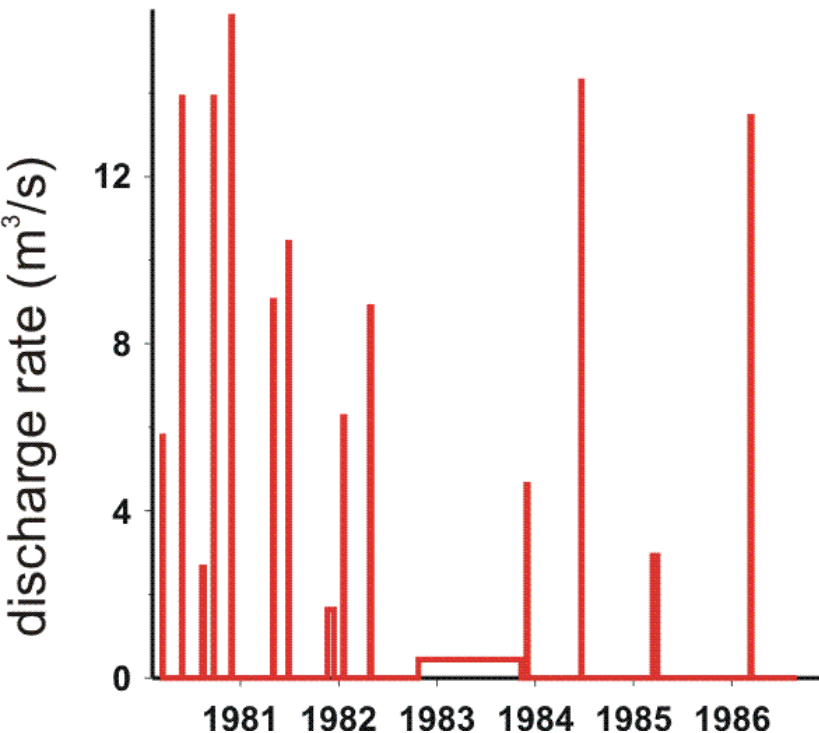


3 периода роста купола;

I - 8 всплесков  $5-15 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{av} \approx 0.67 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

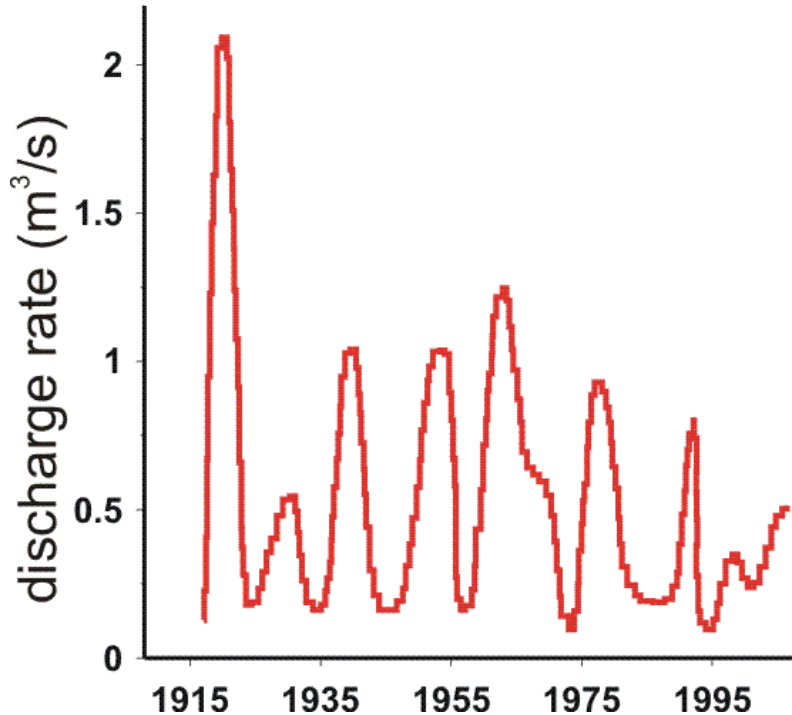
II - постоянный,  $Q_{av} = 0.48 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

III- 4 всплеска  $5-15 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{av} = 0.23 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$





# Santiaguito (1922-2015-?)



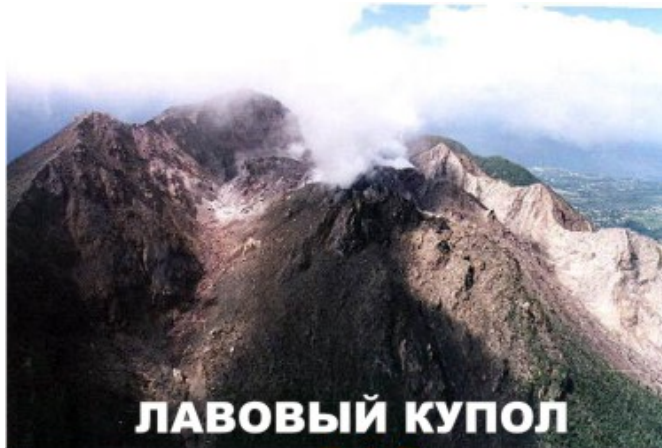
Циклы: 8 с 1922 г.

Интенс. ( $0.5\text{-}2.1\text{m}^3\text{ s}^{-1}$ ): 3-6-лет

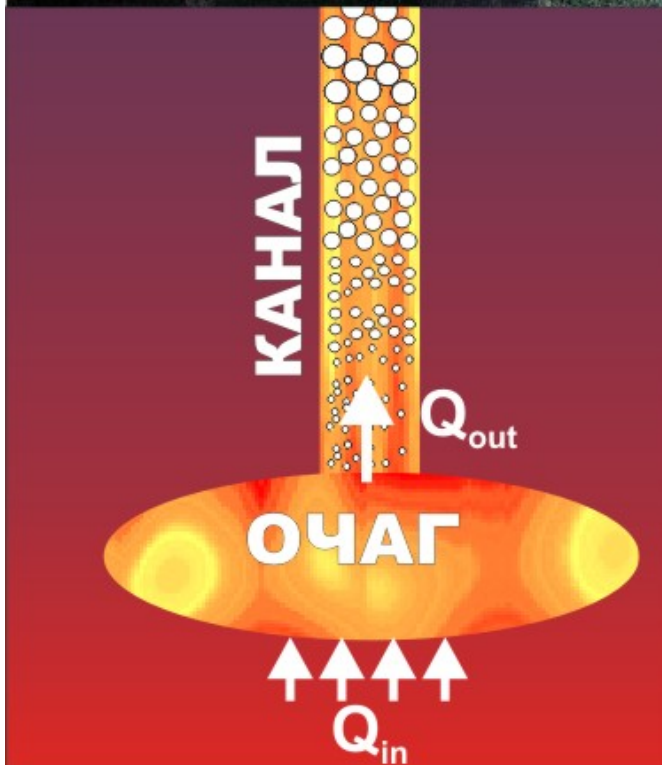
Слабый ( $\sim 0.2\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$ ): 3-11-лет

Средний расход:  $\sim 0.44\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$

# Экструзивный режим извержения



ЛАВОВЫЙ КУПОЛ



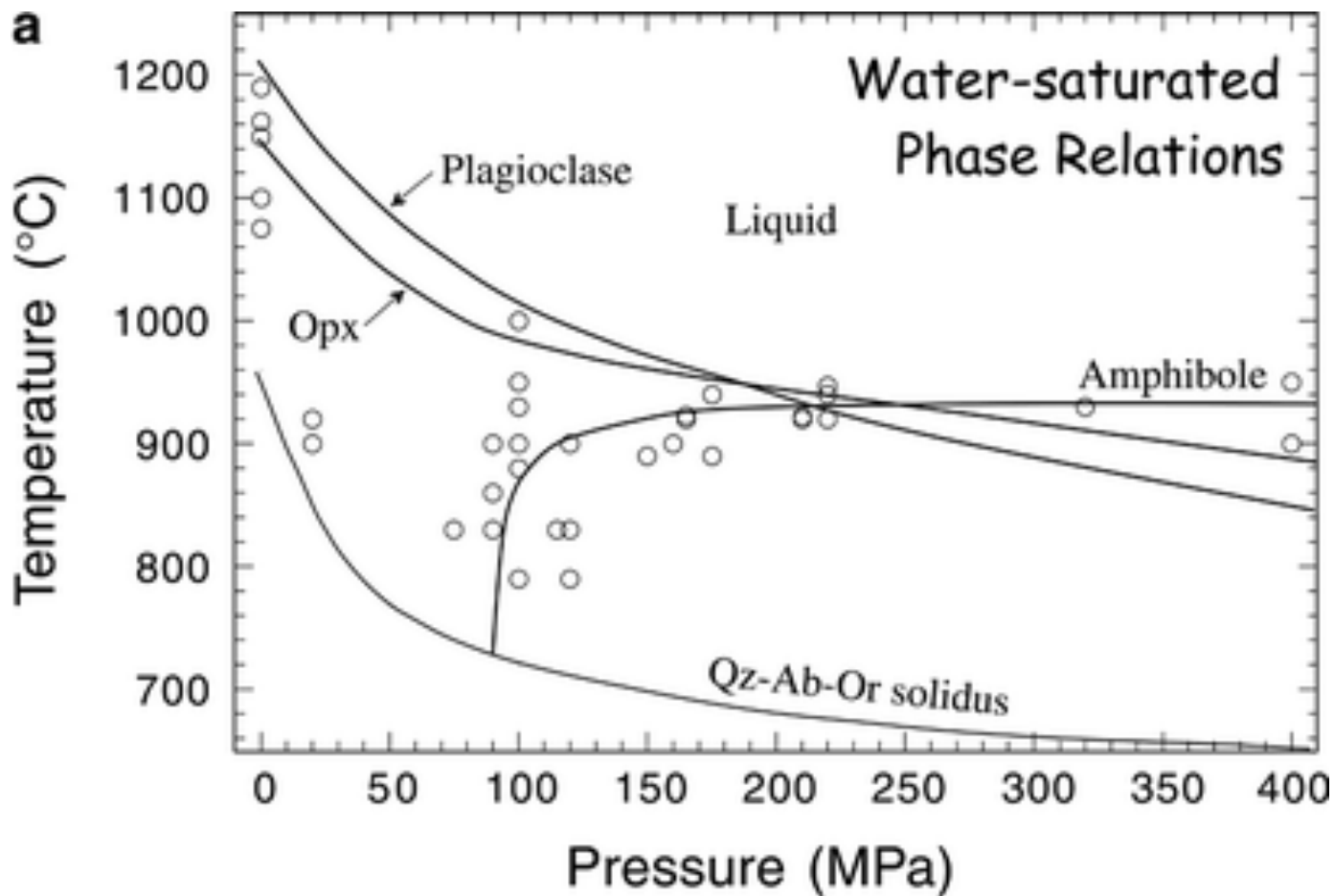
Медленный подъем  
(0.1-30 мм/с)



- ❖ Кристаллизация магмы при подъеме приводит к росту вязкости
- ❖ Слияние пузырьков и фильтрация газа через них
- ❖ Подпитка очага в процессе извержения свежей магмой

# **КИНЕТИКА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ МАГМЫ**

# Пример фазовой диаграммы вулкана Маунт Сент Хеленс



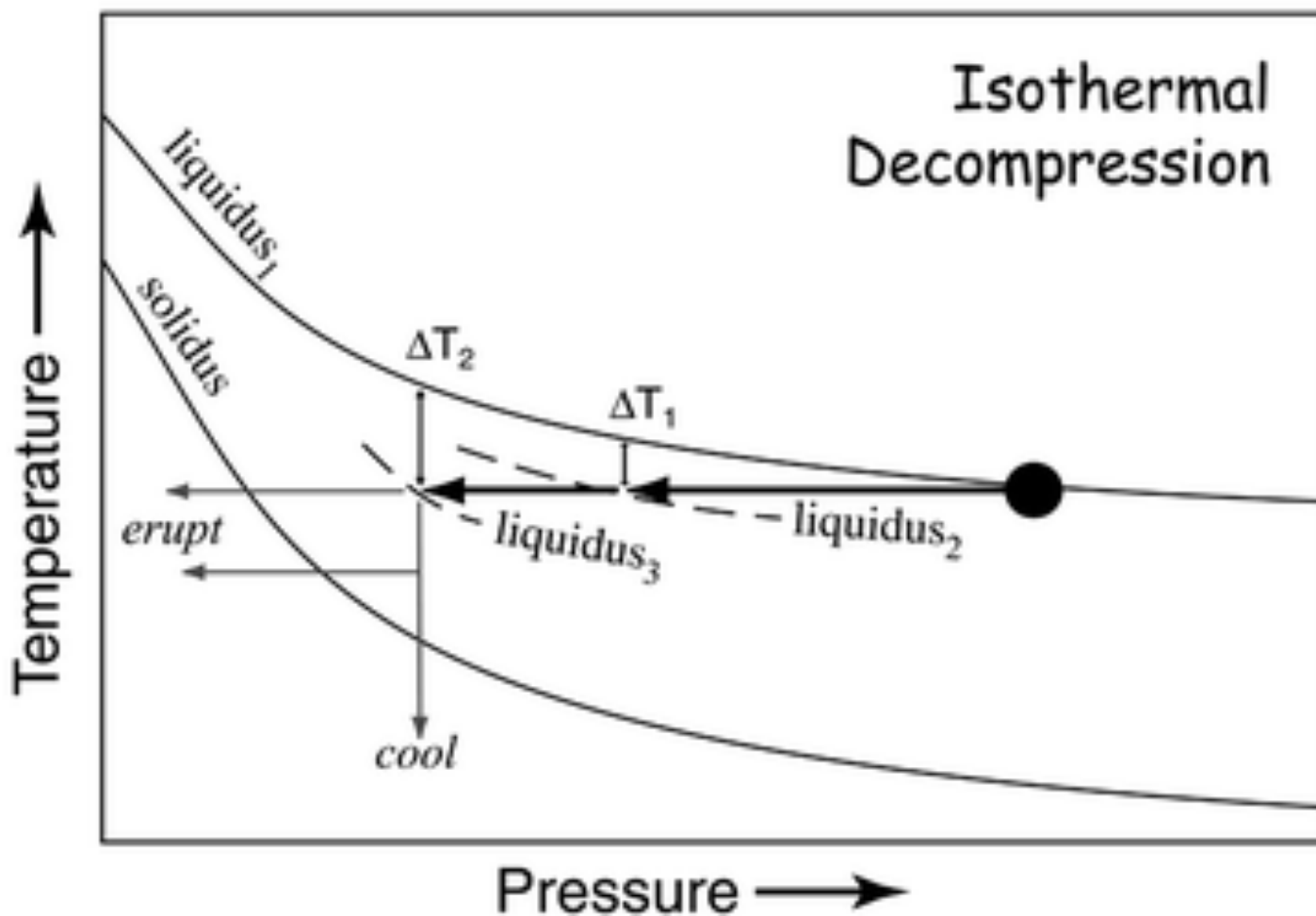
Jon Blundy, Kathy Cashman (2001) Ascent-driven crystallisation of dacite magmas at Mount St Helens, 1980-1986. Contrib Mineral and Petrol V 140( 6)



При подъеме магмы за счет падения давления происходит эффективное переохлаждение расплава и его кристаллизация.

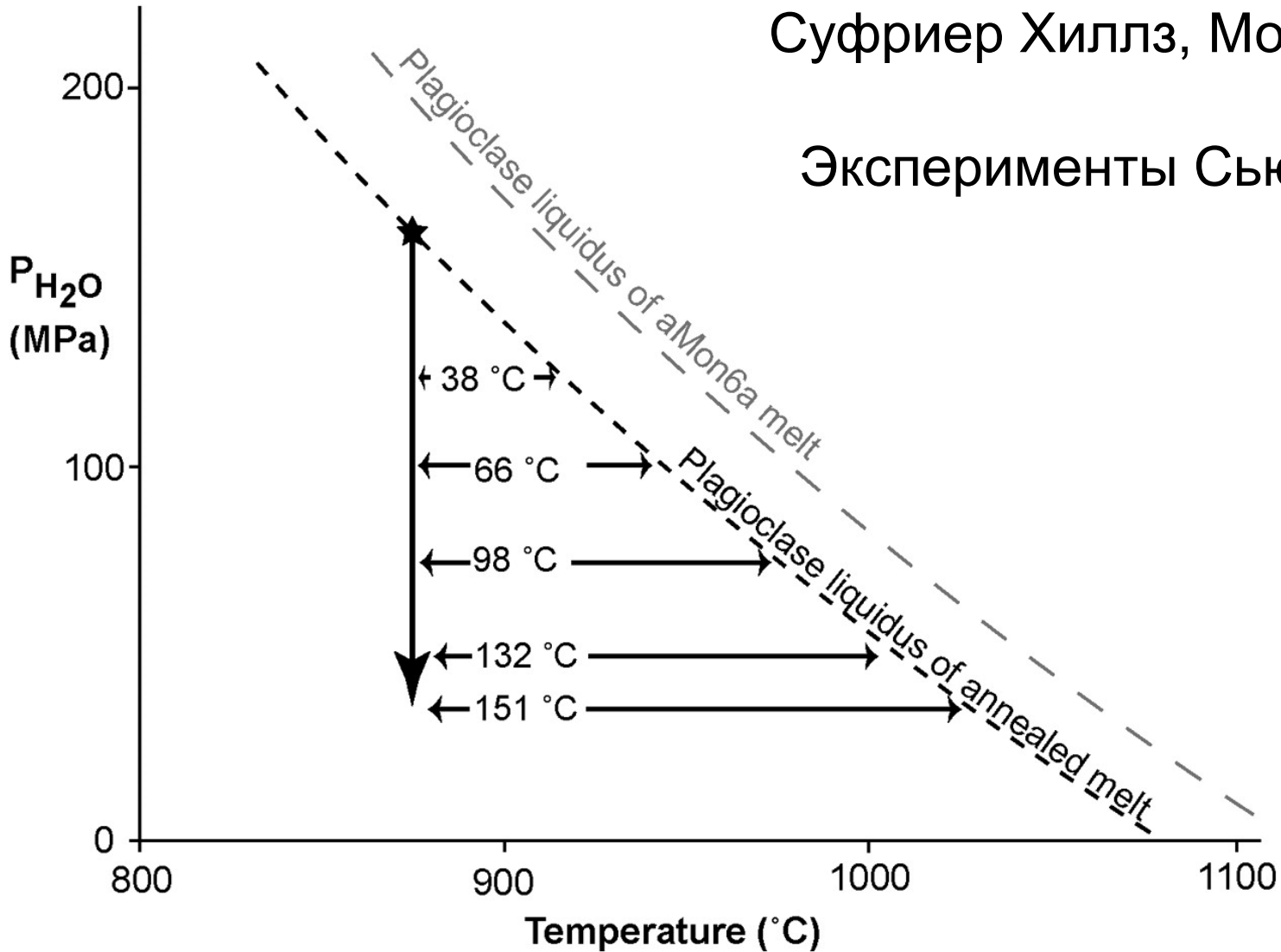
**Температура может оставаться постоянной!**

*Или даже расти*





Кристаллизация магмы на вулкане  
Суфриер Хиллз, Монтсеррат,  
Эксперименты Сюзан Коуч



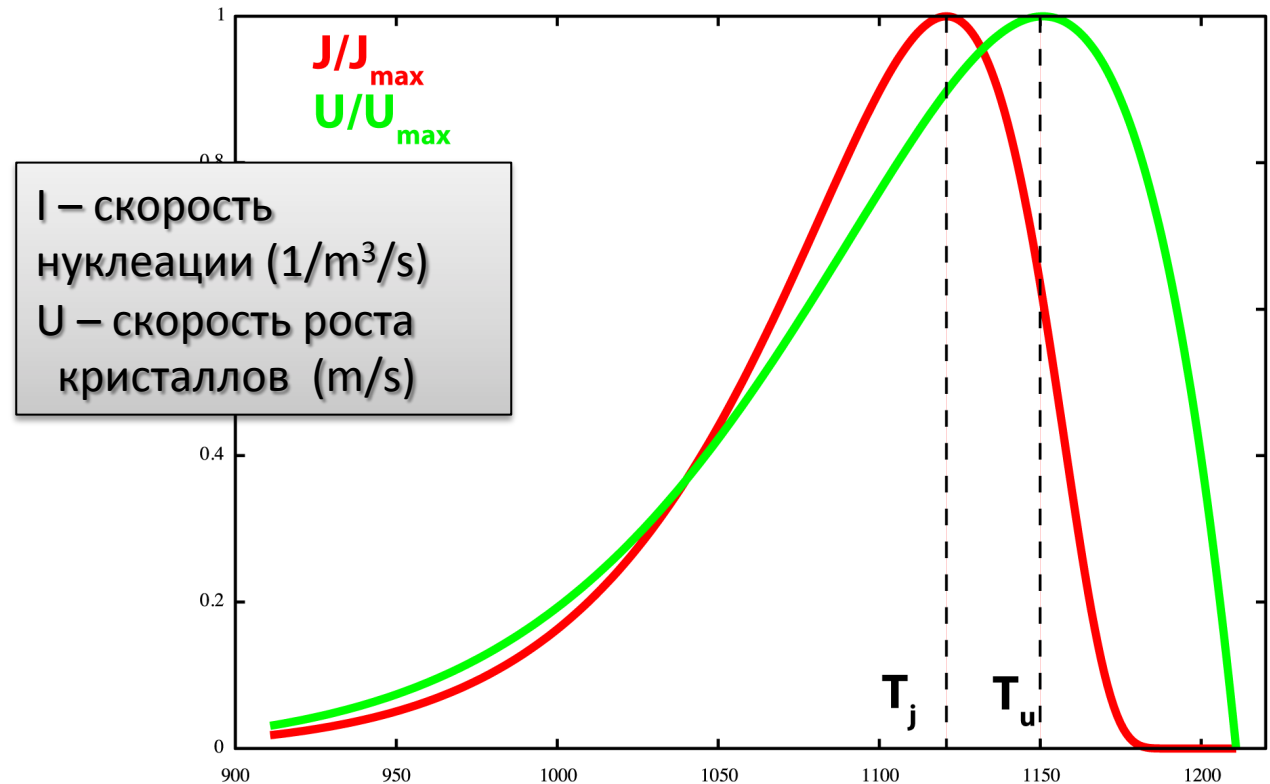
# Скорости роста и нуклеации как функции переохлаждения



$$I(T) = I_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta G_c}{RT}\right); \quad \Delta G_c = \frac{16}{3} \pi \frac{\Sigma^3}{\Delta h_v^2} \frac{T_m^2}{T_m - T}$$

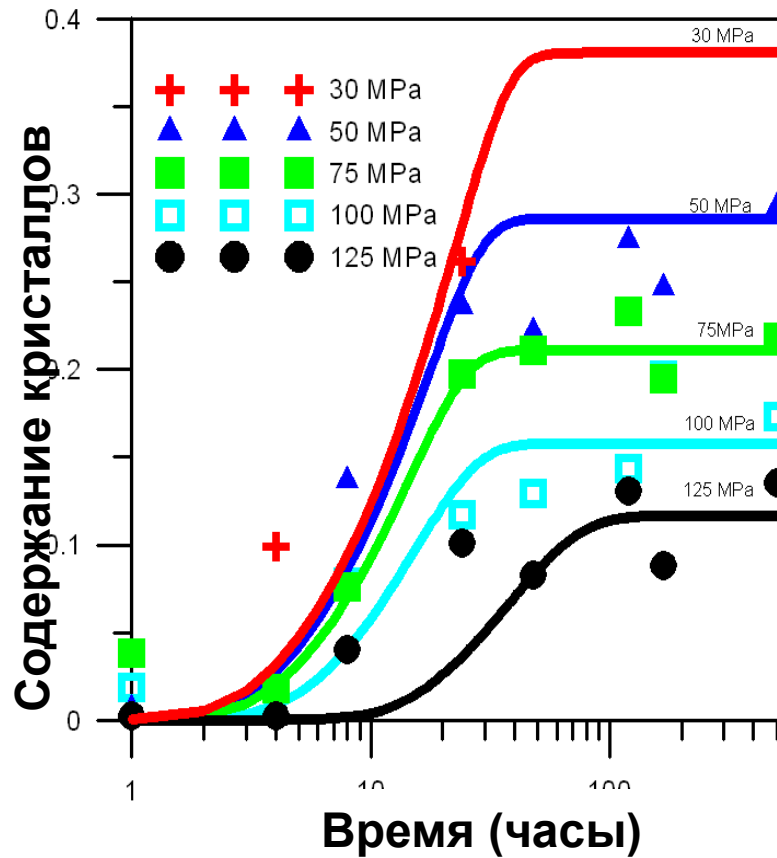
$$U(T) = U_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta h_v(T_m - T)}{RT_m T}\right)\right] \quad (5)$$

Hort, M., 1998. Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma, J. Petrol. , 39 , 1063–1076.



# Моделирование кристаллизации

$$\rho_c^0 \frac{d\beta}{dt} = G = 3\sigma\rho_m^0 U(t) \int_0^t I(\omega) \left( \int_\omega^t U(\eta) d\eta \right)^2 d\omega$$



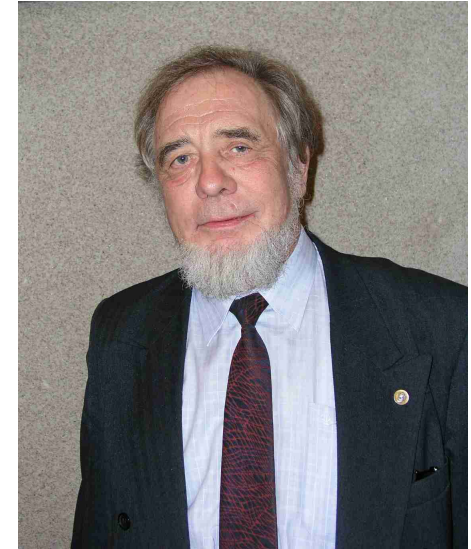
Площадь поверхности всех кристаллов, зародившихся от  $t = 0$  до  $t$

Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Controls on conduit magma flow dynamics during lava dome building', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **110** (2) B02209, (pp. 1-21), 2005.

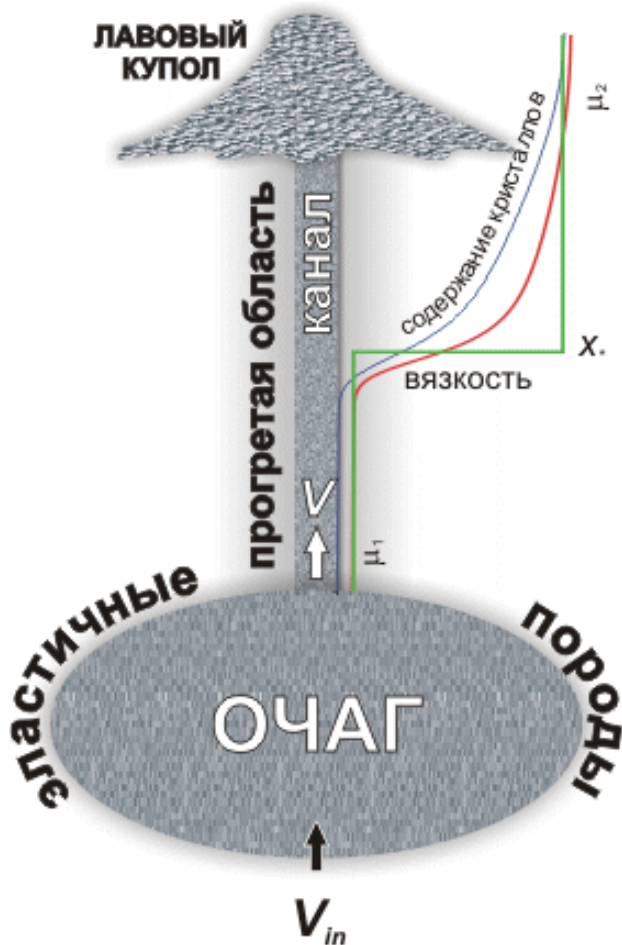
Забудем о сложностях.  
На время

Простейшая модель подъема  
магмы с кристаллизацией.

# Простейшая модель

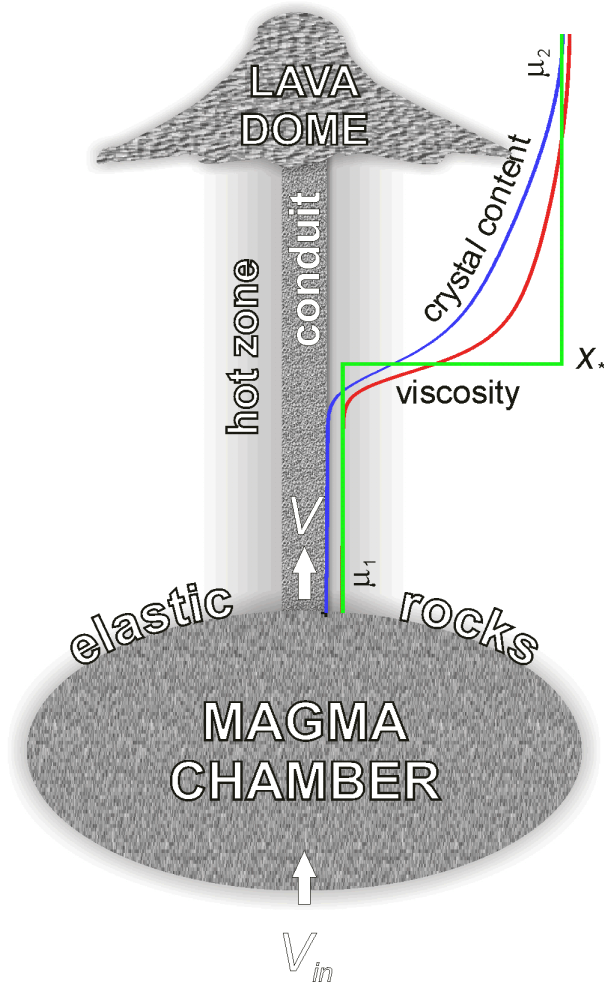


Barmin, A, Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Periodic behavior in lava dome eruptions', *Earth and Planetary Science Letters*, **199** (1-2), (pp. 173-184), 2002.



- ✓ **Магма - вязкая жидкость.**
- ✓ **Вязкость ступенчатая функция концентрации кристаллов.**
- ✓ **Плотность магмы постоянна**
- ✓ **Канал цилиндрический.**
- ✓ **Очаг извержения находится в упругих породах и подпитывается с постоянным расходом.**

# Система уравнений



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho V = 0; \quad \rho = \rho_0 \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - \frac{32\mu V}{D^2}; \quad \mu = \begin{cases} \mu_1, & \beta < \beta_* \\ \mu_2, & \beta \geq \beta_* \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta + V \frac{\partial \beta}{\partial x} = U$$

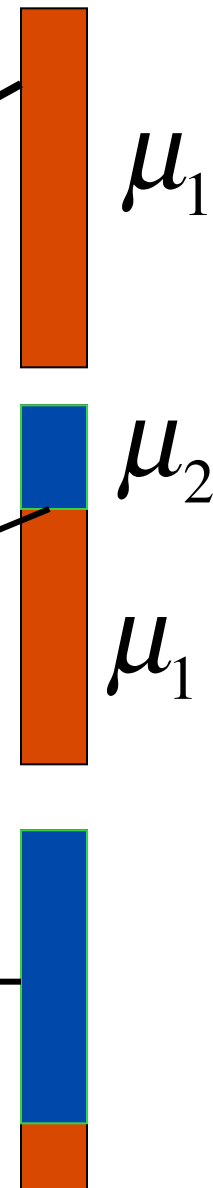
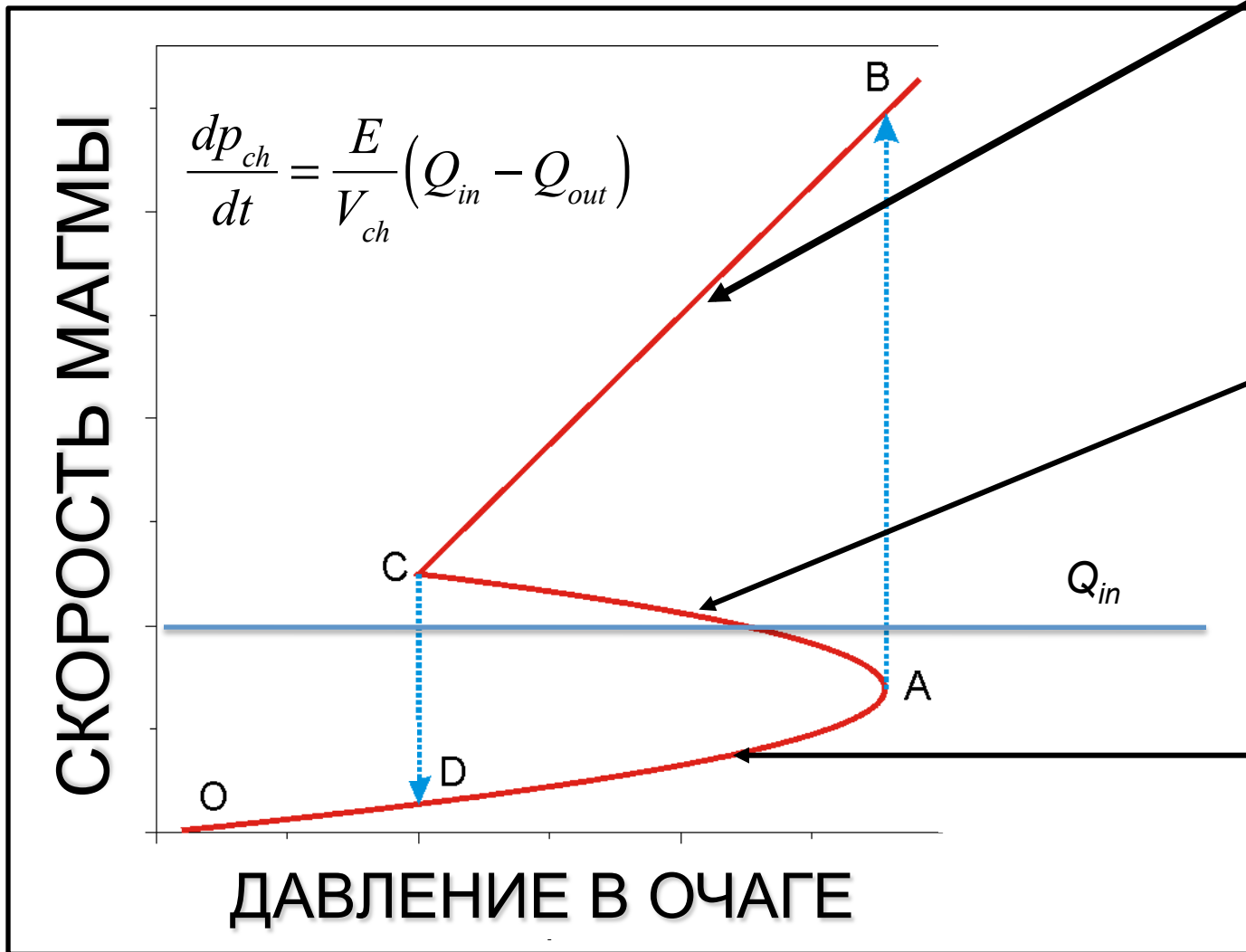
Граничные условия

$$x = 0: \frac{dp_{ch}}{dt} = \frac{E}{V_{ch}} (Q_{in} - Q_{out}); \quad \beta = \beta_{ch}$$

$$x = L: p = 0$$



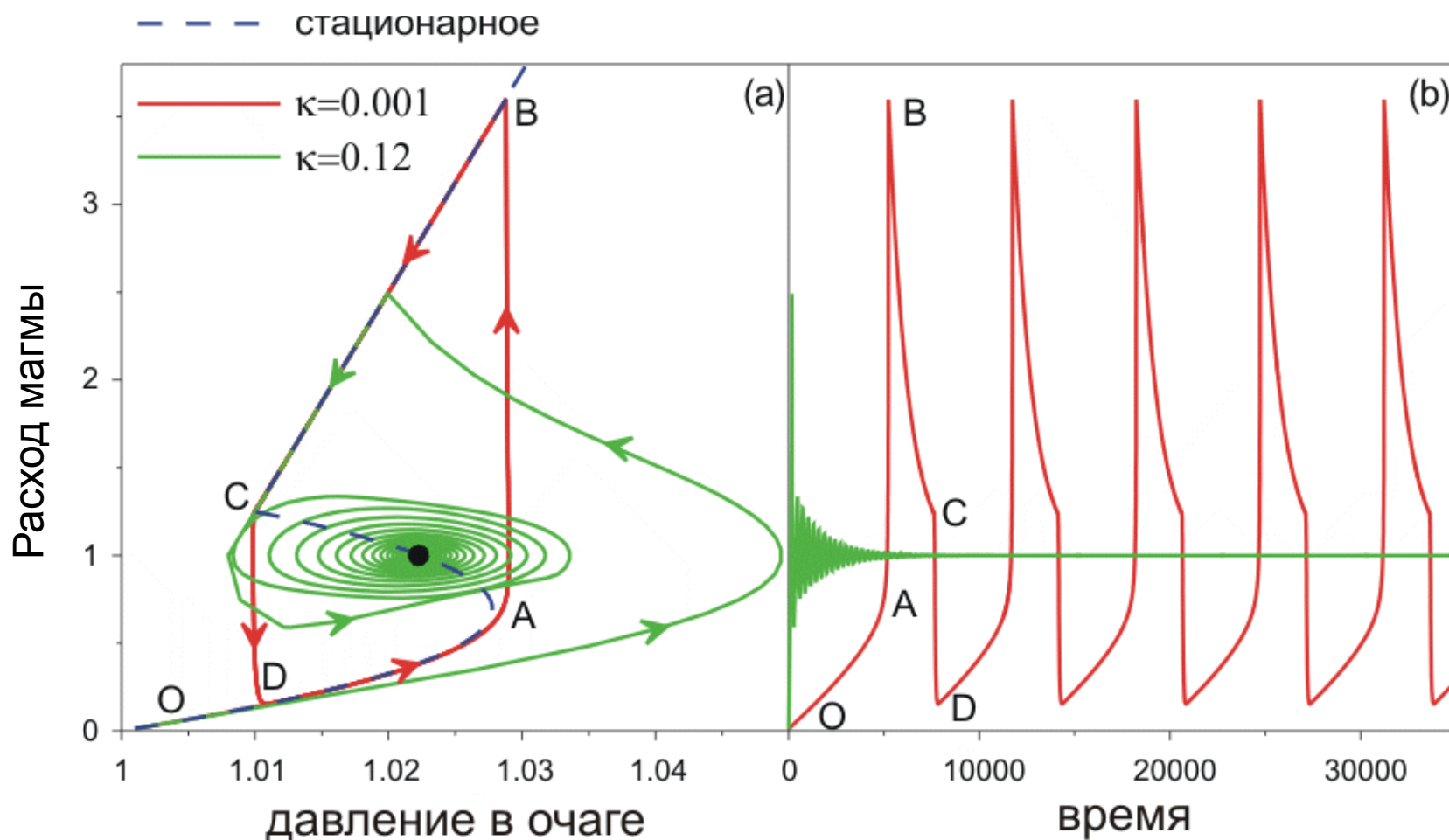
# Стационарное решение



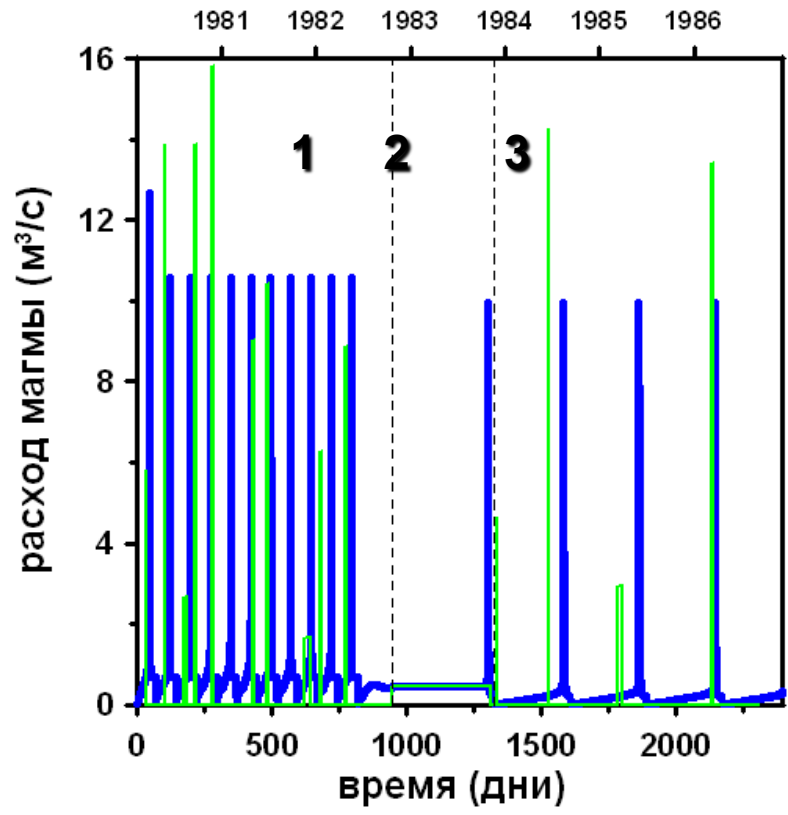
$$p_{ch} - p_a - \rho gL \sim \mu V$$

# Результаты расчетов по нестационарной модели

$$\frac{dP_{ch}}{dt} = \kappa(Q_{in} - Q_{out})$$



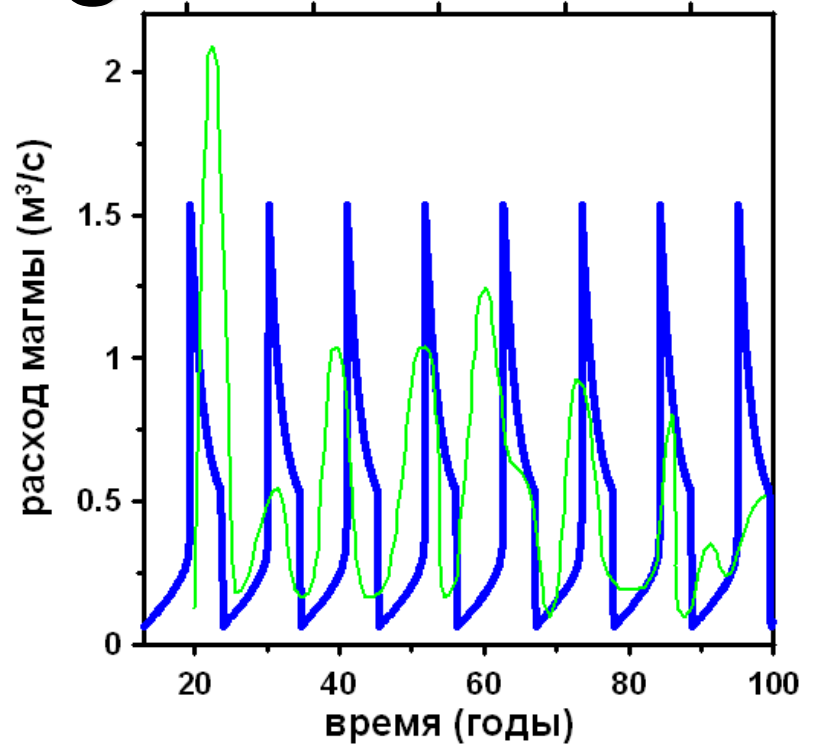
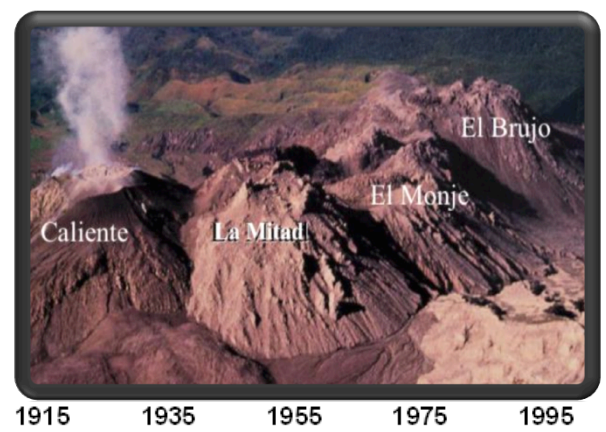
# Ст Хеленс



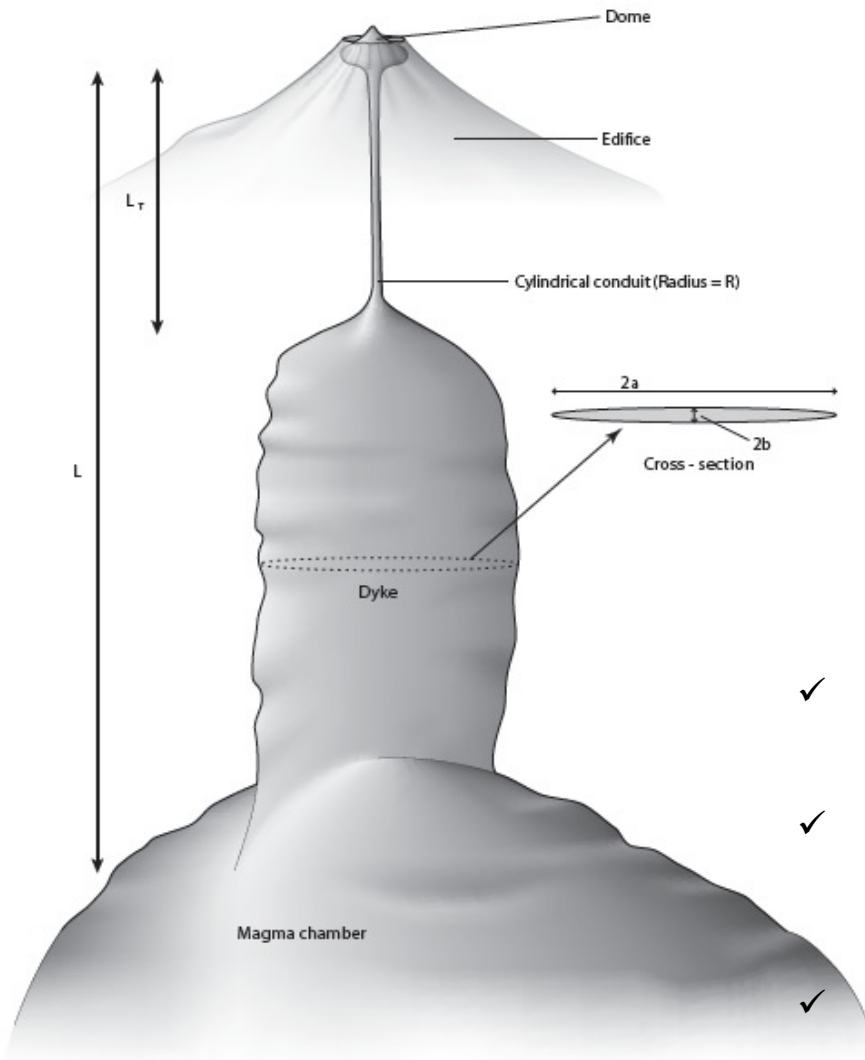
Расчет

Наблюдения

# Сантьяго



# Развитие модели



- ✓ Реальная кинетика кристаллизации и дегазации
- ✓ Нелинейная реология
- ✓ Фильтрация газа сквозь магму
- ✓ Переменное поперечное сечение
- ✓ Упругие деформации пород

- ✓ Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Controls on conduit magma flow dynamics during lava dome building', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **110 (2)**, 1-21, 2005.
- ✓ Costa A., O. Melnik and R.S.J. Sparks. Controls of conduit geometry and wallrock elasticity on lava dome eruptions. *Earth and Planetary Science Letters*, Volume 260, Issues 1-2, 2007, Pages 137-151.
- ✓ Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Nonlinear dynamics of lava dome extrusion', *Nature*, 402, (pp. 37-41), 1999.

# Система уравнений

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_m) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_m V) = -G_{mc} - G_{ph} \quad (1)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_{mc}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_{mc} V) = G_{mc} \quad (2)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_{ph}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_{ph} V) = G_{ph} \quad (3)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_d) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_d V) = -J \quad (4)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_g) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_g V_g) = J \quad (5)$$

Сохранение  
массы

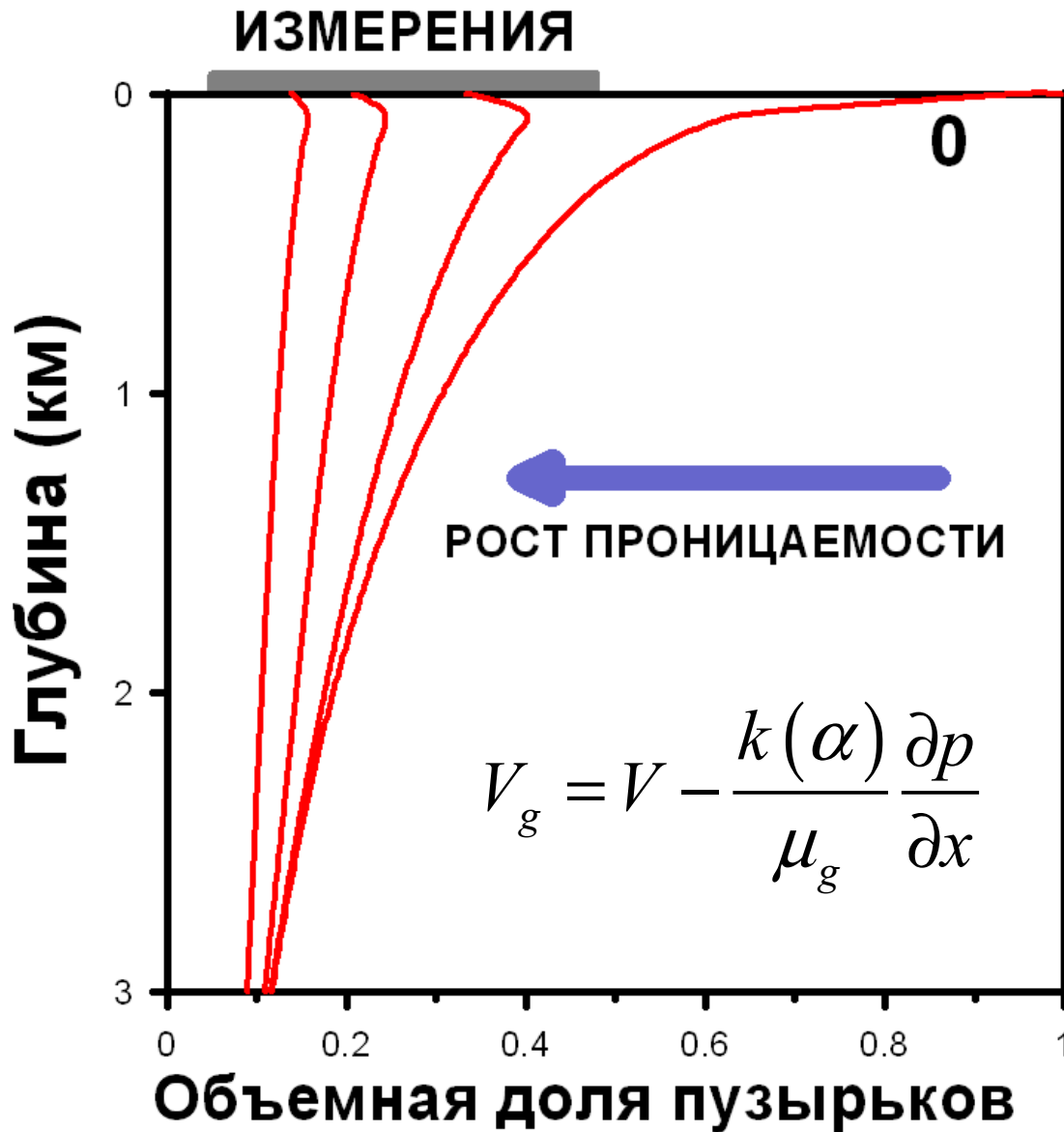
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - 4\mu \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} V \quad (6) \quad V_g - V = -\frac{k}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

$$\mu = \mu(c, T) \theta(\beta) \eta_r(\alpha, Ca)$$

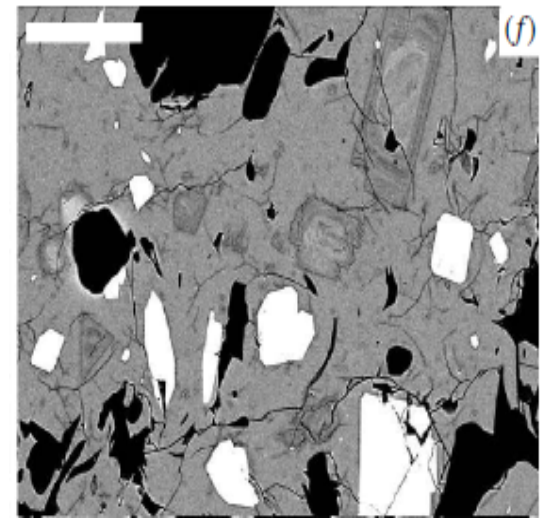
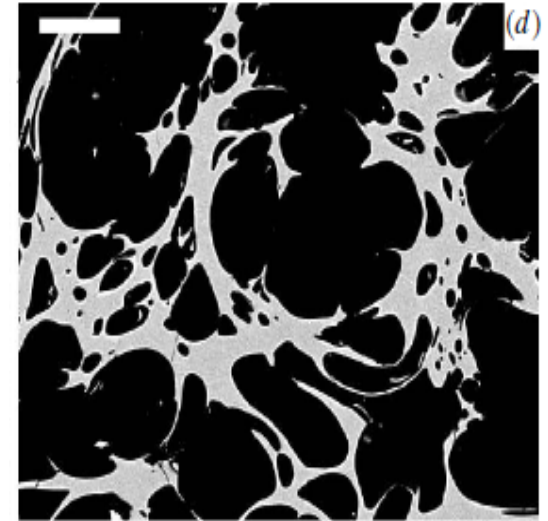
Уравнения  
импульса

# Низкая пористость купола

Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Nonlinear dynamics of lava dome extrusion', *Nature*, **402**, (pp. 37-41), 1999.



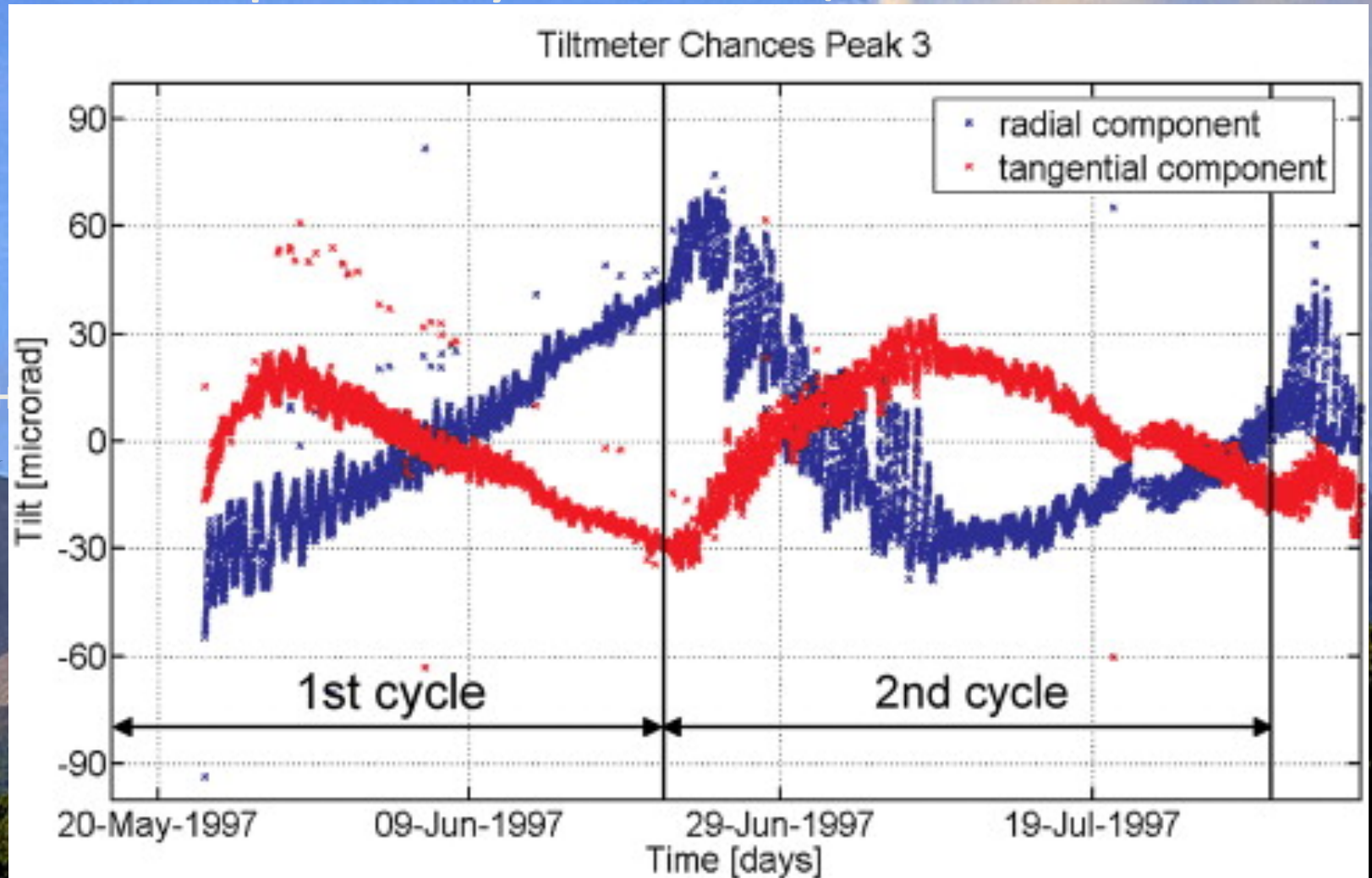
**ПЕМЗА**



**ЛАВОВЫЙ КУПОЛ**



# Вулкан Суфриер Хиллз, Монтсеррат, Карибское море (1995-2007) промежуточные циклы



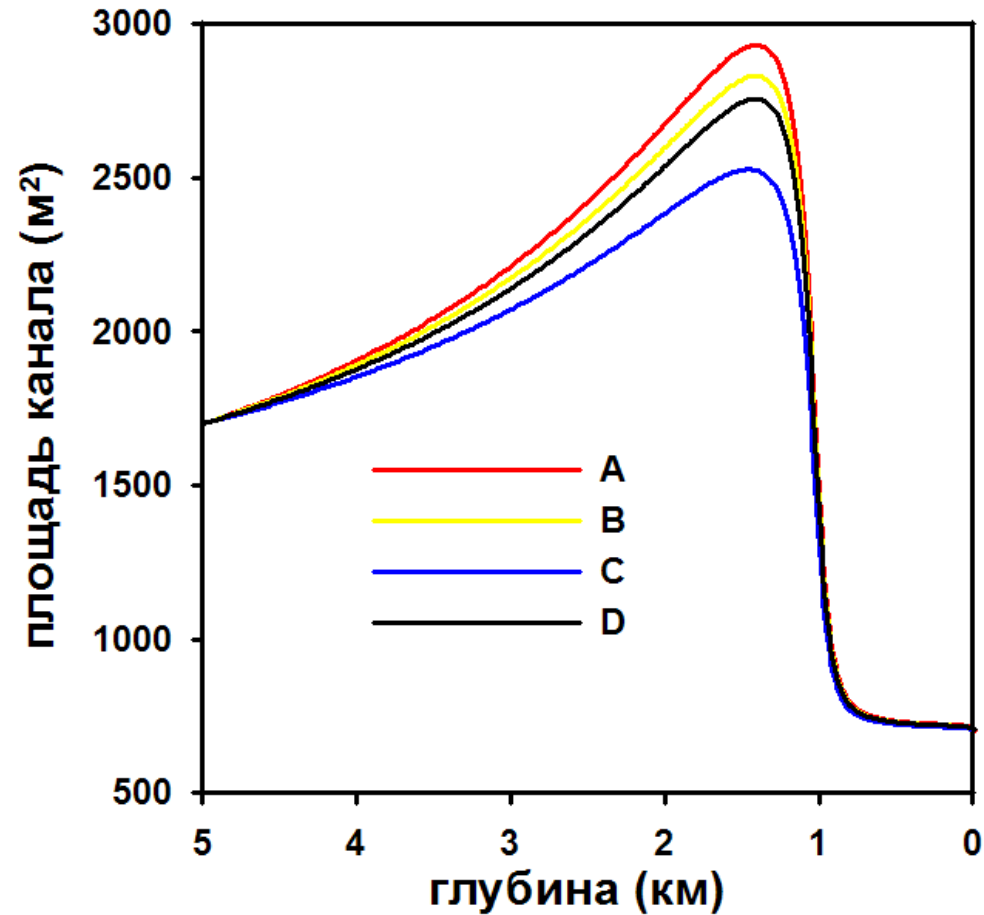
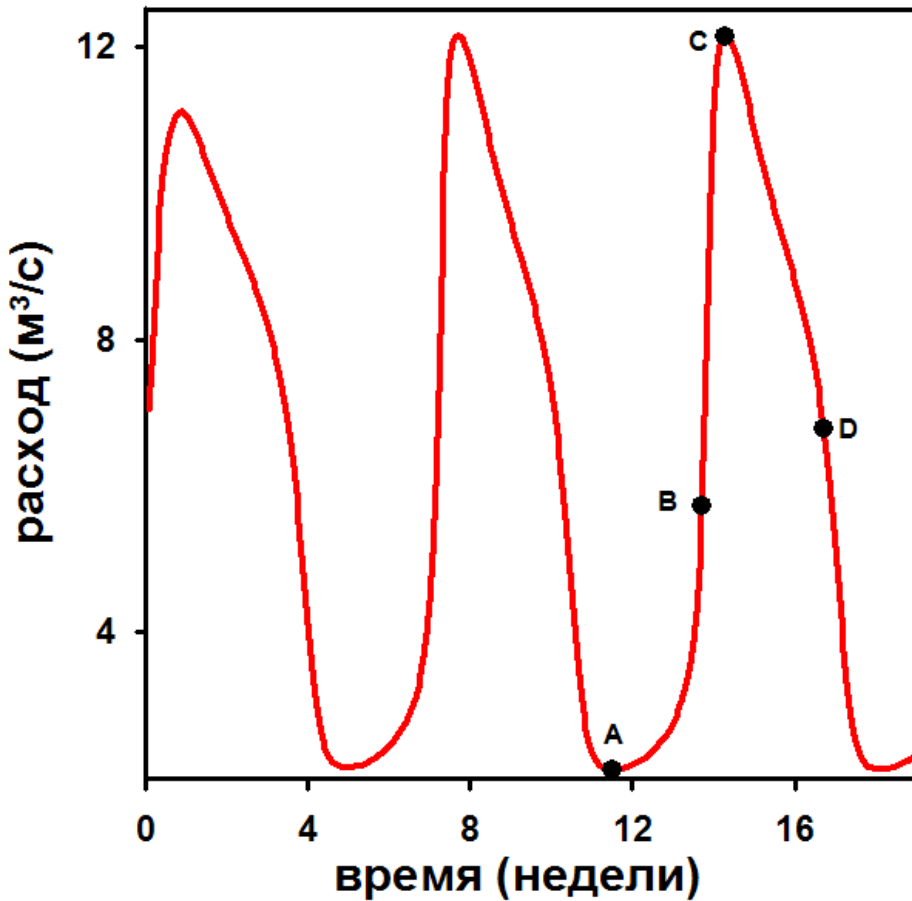
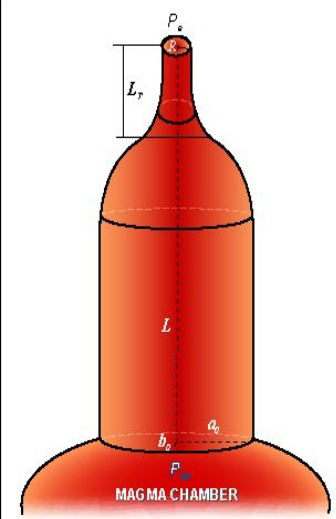
Наклон



# Моделирование извержения

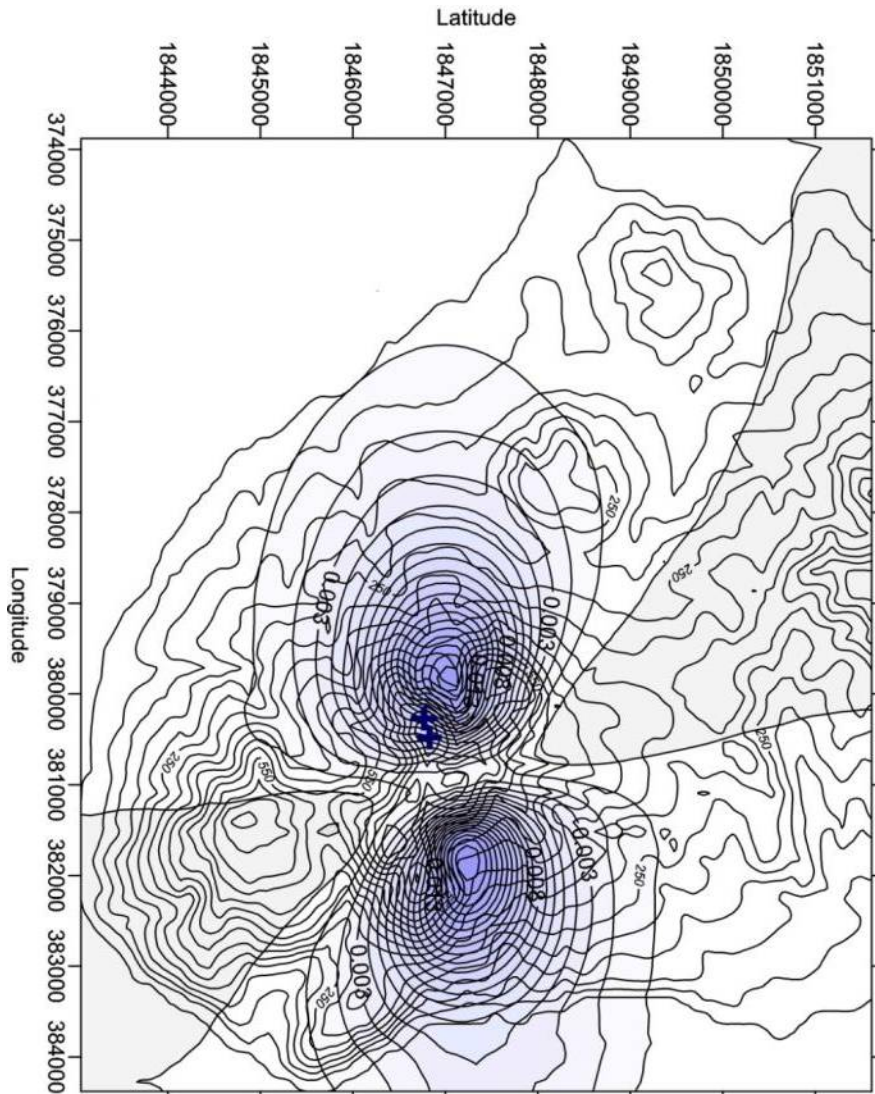
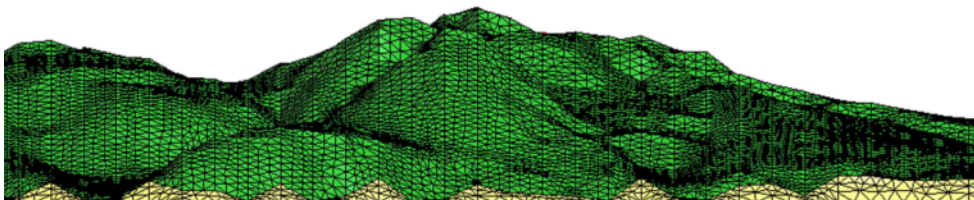
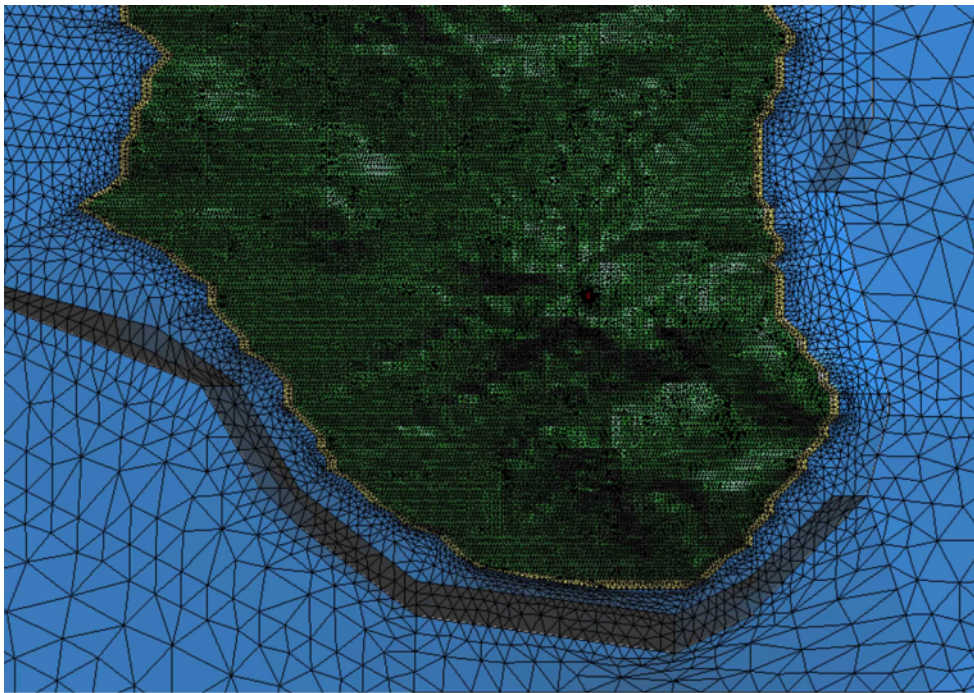


Costa, A, Melnik, OE, Sparks, RSJ & Voight, B. 'Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion', Geophysical Research Letters, 34, pp. 1-5, 2007

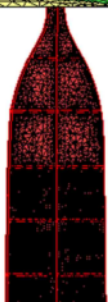




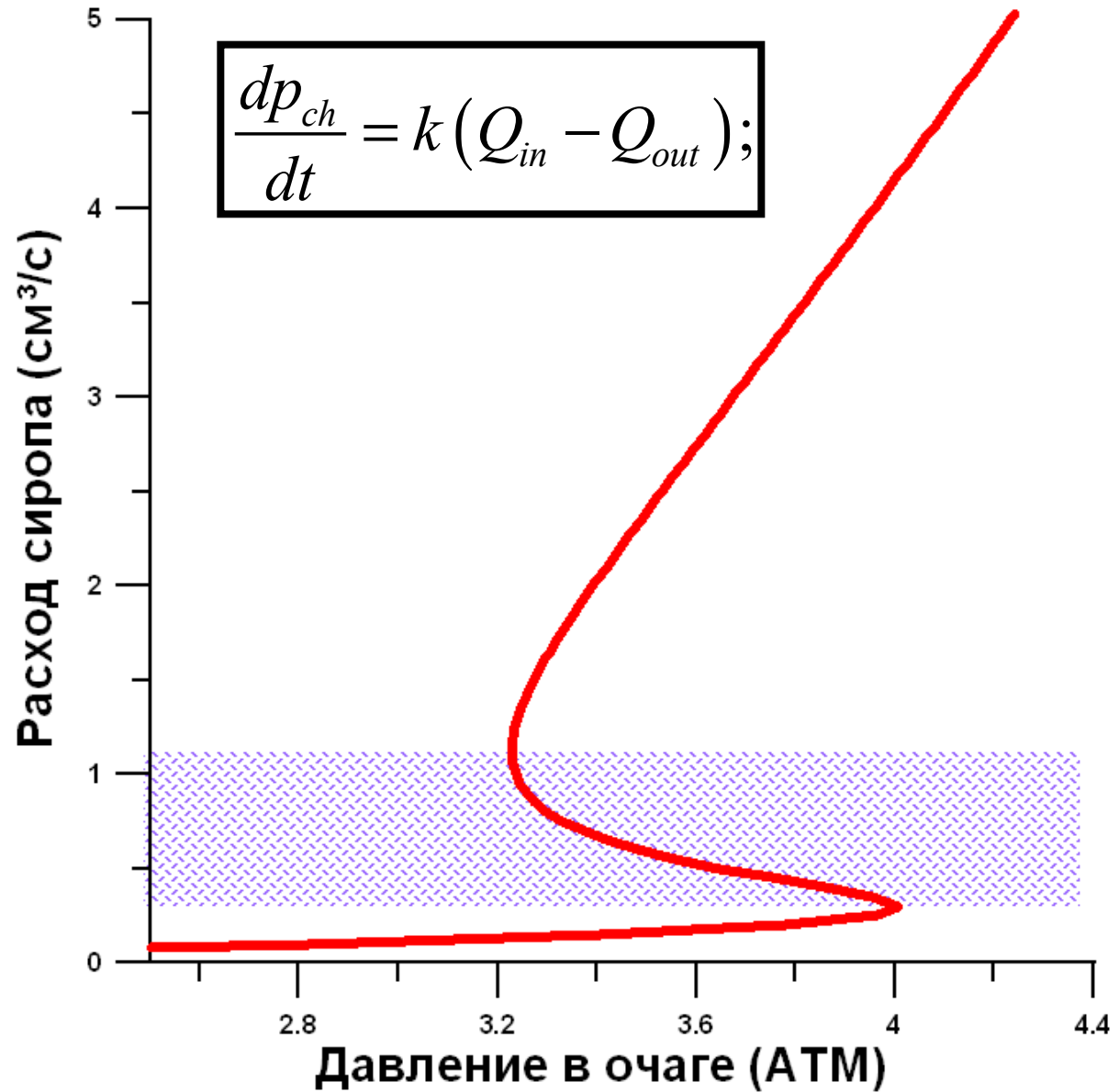
# Моделирование угловых измерений

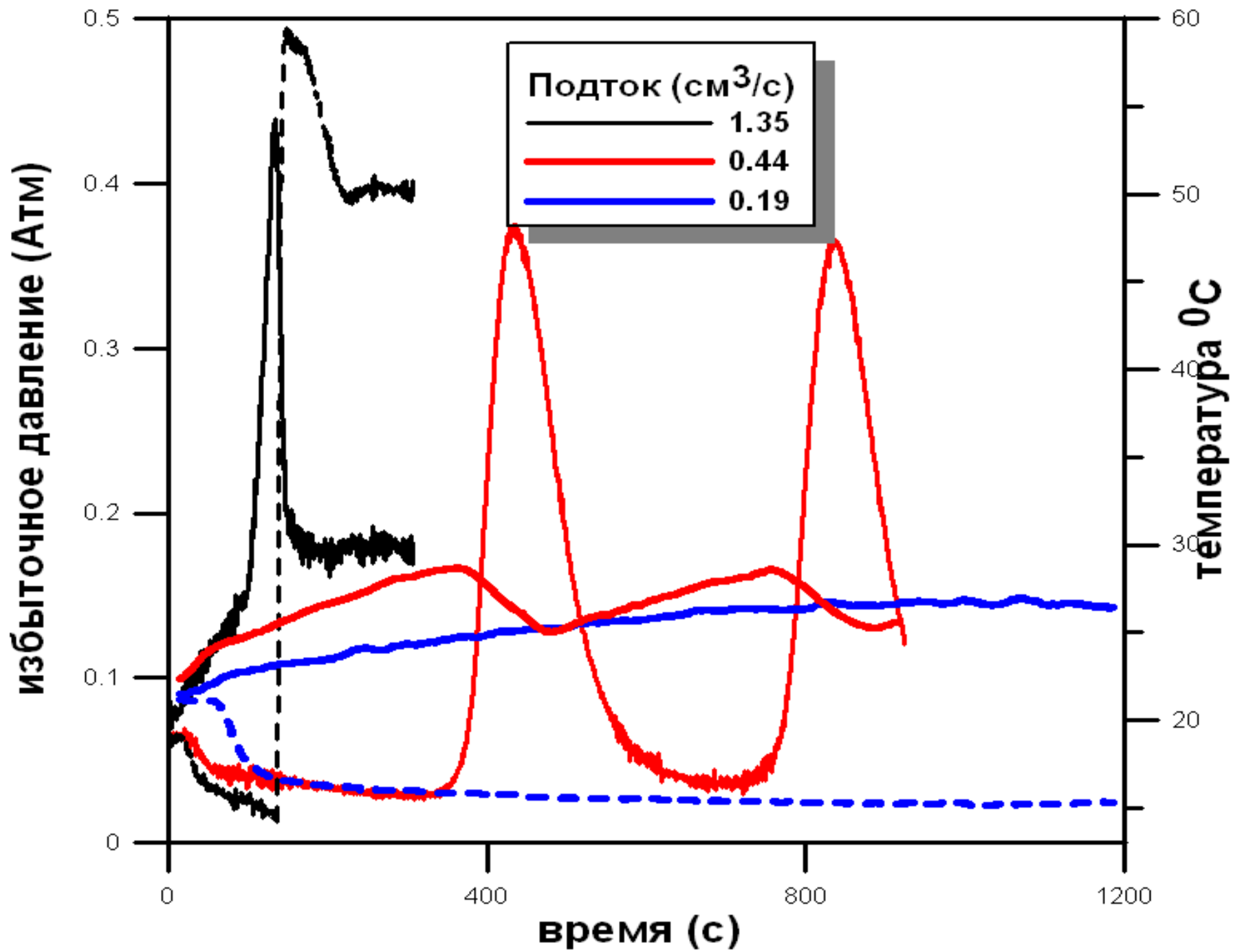


Stefanie  
Hautmann,  
Bristol



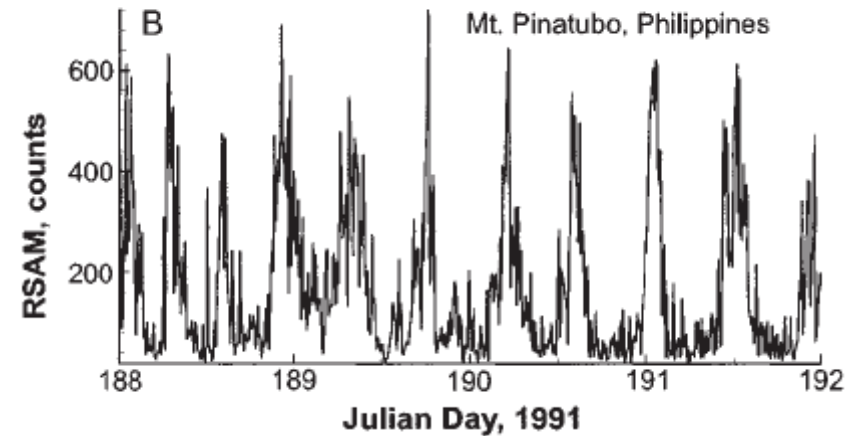
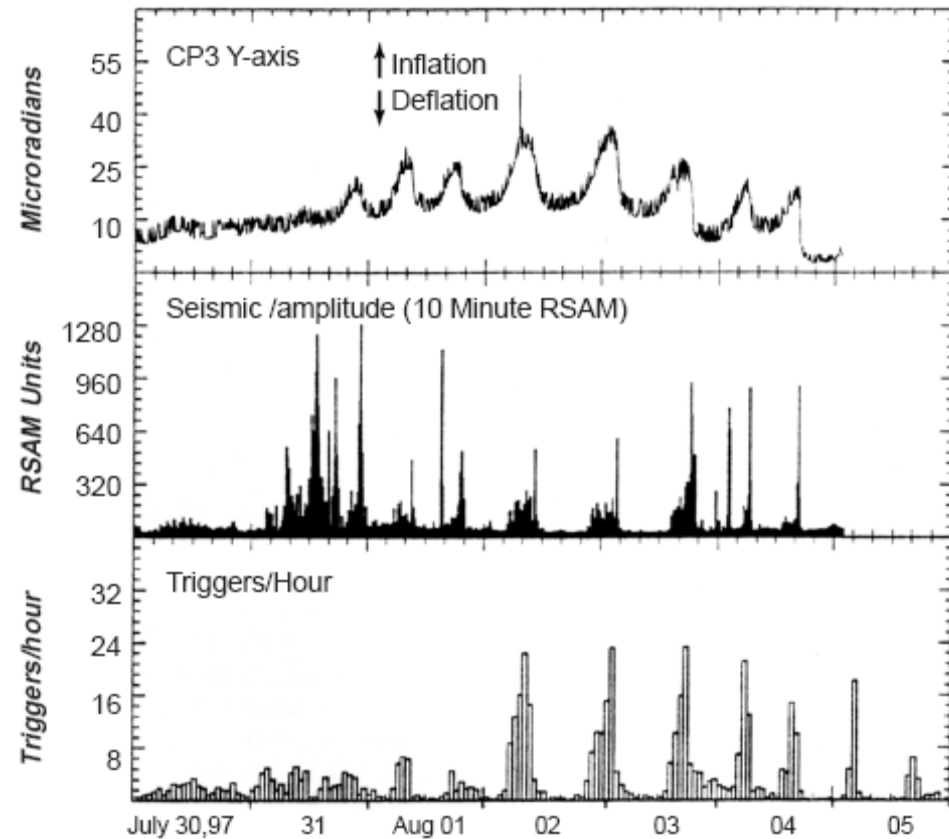
# Экспериментальное моделирование циклических режимов







# Короткопериодические циклы



Roger P. Denlinger\*  
Richard P. Hoblitt\*

Cyclic eruptive behavior of silicic volcanoes

*Geology*; May 1999; v. 27; no. 5; p. 459–462

## Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity

Jonathan J. Wylie,<sup>1</sup> Barry Voight,<sup>2,3</sup> J. A. Whitehead<sup>1</sup>

SCIENCE VOL 285

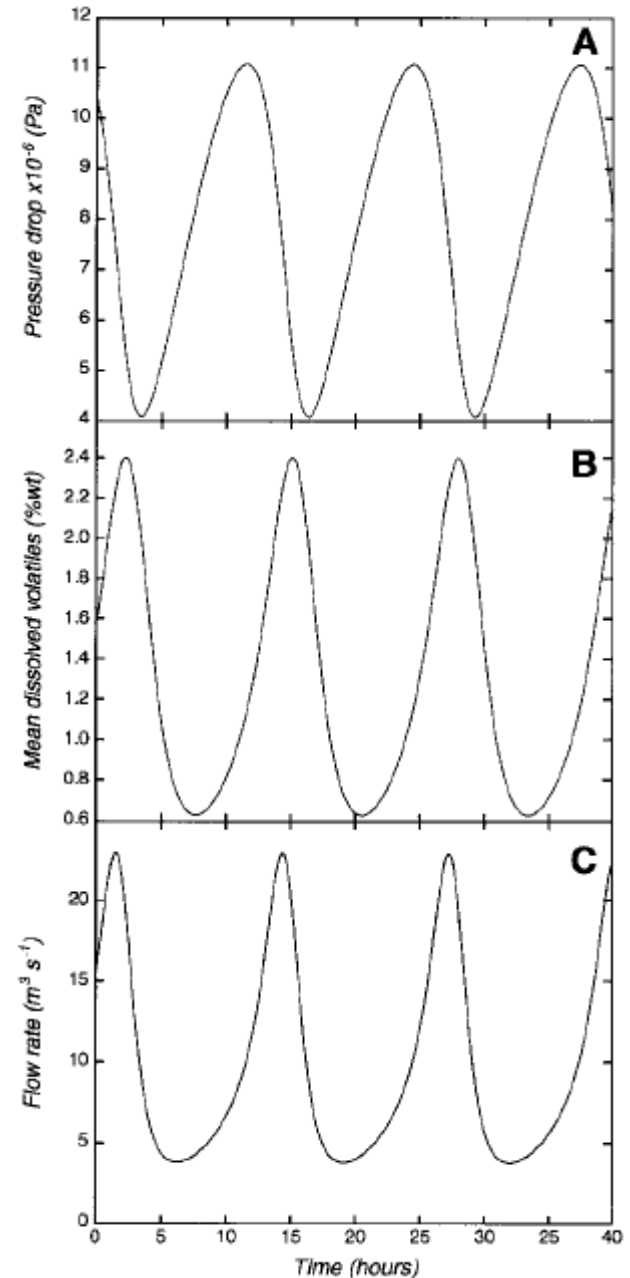
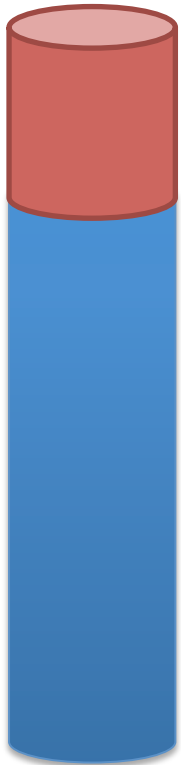


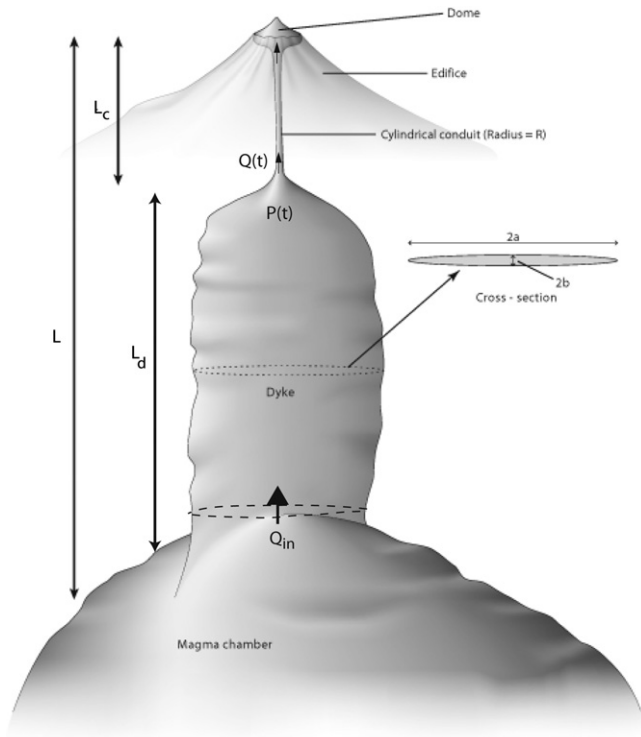


# Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity

Jonathan J. Wylie,<sup>1</sup> Barry Voight,<sup>2,3</sup> J. A. Whitehead<sup>1</sup>

- Канал разбивается на две части
- В верхней части
  - Диффузионное газоотделение
  - Вязкость магмы зависит от содержания растворенного газа
- Нижняя часть
  - Канал с податливыми стенками, его объем зависит от давления
  - Трение отсутствует

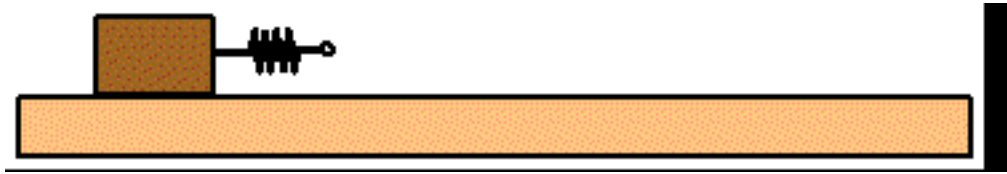




$$\frac{dP}{dt} = \frac{\gamma}{\rho V_d} (Q_{in} - Q)$$

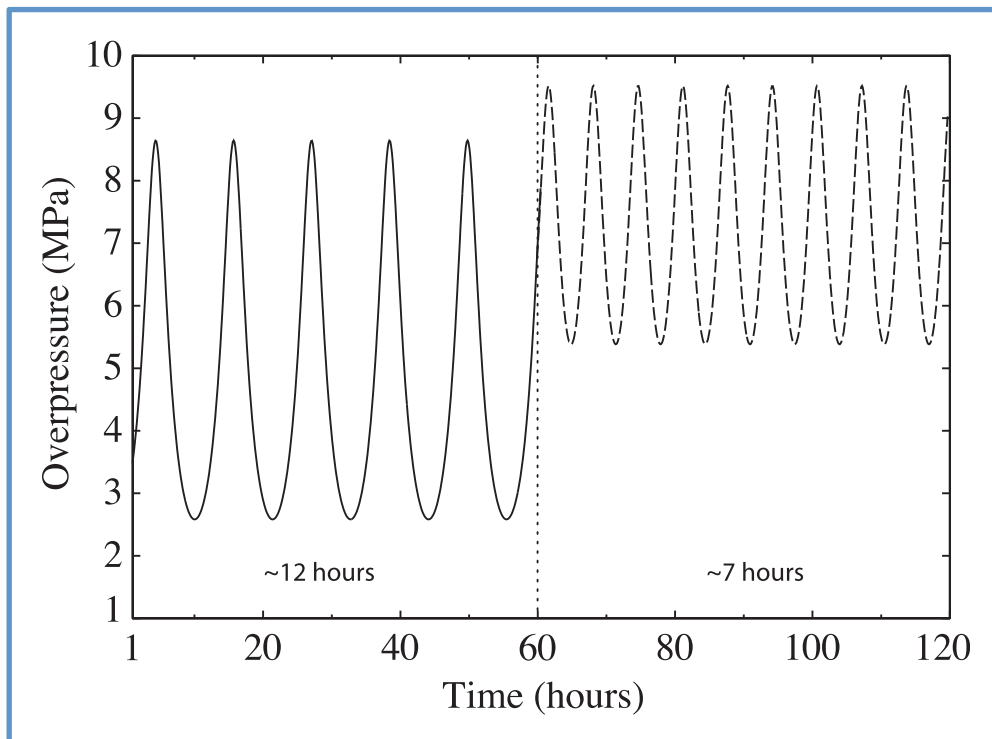
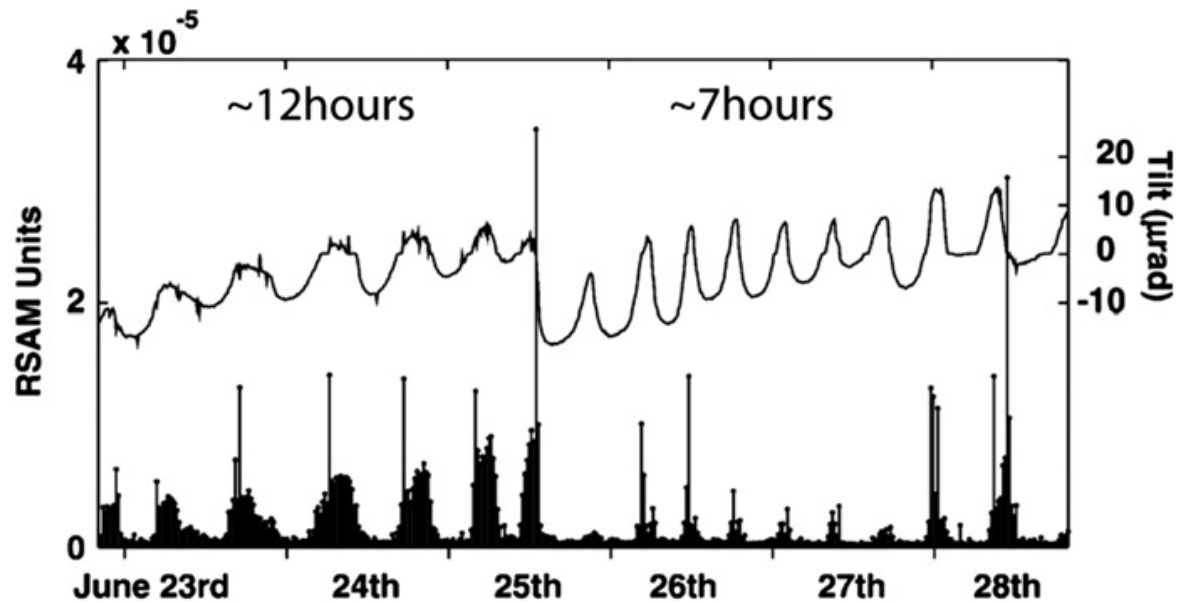
$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\pi R^4 \rho}{8 \mu L_c} \frac{dP}{dt} + \pi R^2 \rho \frac{d}{dt} v_{slip}$$

$$v_{slip} = \begin{cases} a_s \sigma^m, & \sigma \geq \sigma_c \\ 0, & \sigma < \sigma_c \end{cases}$$



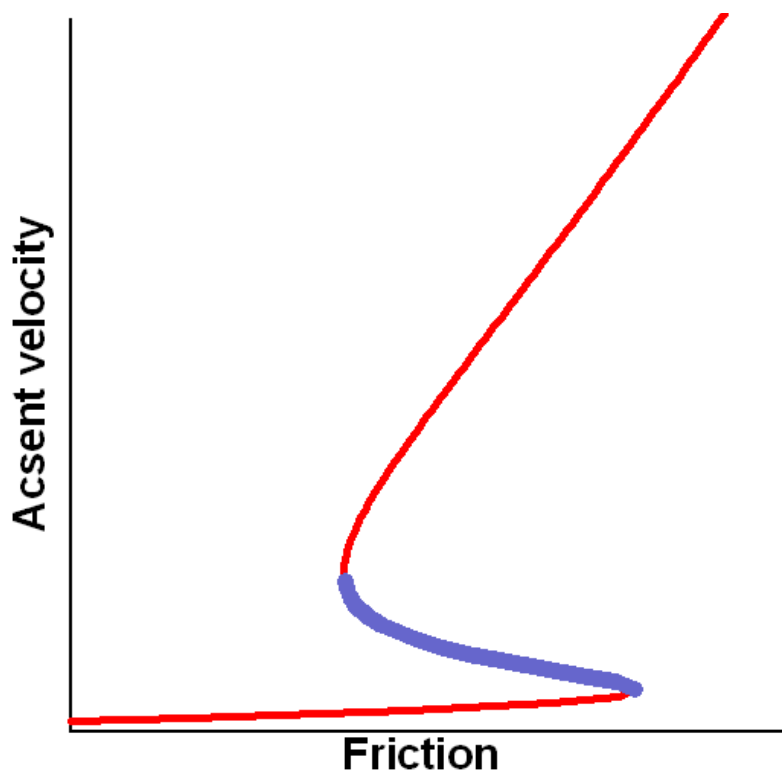
Costa A., Wadge G., Melnik O. (2012) Cyclic extrusion of a lava dome based on a stick-slip mechanism, Earth Planet. Sci. Lett., Vol. 337-338, 39-46, doi: 10.1016/j.epsl.2012.05.011

Изменение  
цикличности  
после  
обрушения  
купола



# Что вулкану нужно для циклического поведения?

$$F = \lambda \frac{\mu(V, \dots)}{D_{cond}^2} V \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial V} = \lambda \underbrace{\frac{\mu(V, \dots)}{D_{cond}^2}} + \lambda \underbrace{\frac{V}{D_{cond}^2}} \boxed{\frac{\partial \mu(V, \dots)}{\partial V}}$$



- Сила трения должна падать с ростом скорости
  - Переменная вязкость
  - Проскальзывание
  - Неньютоновские свойства
- Кинетические процессы
  - Кристаллизация
  - Теплообмен
  - Диффузия
- Наличие резервуара магмы
  - Очаг
  - Канал в виде дайки
  - Сжимаемость магмы

Проблема!

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu L}$$

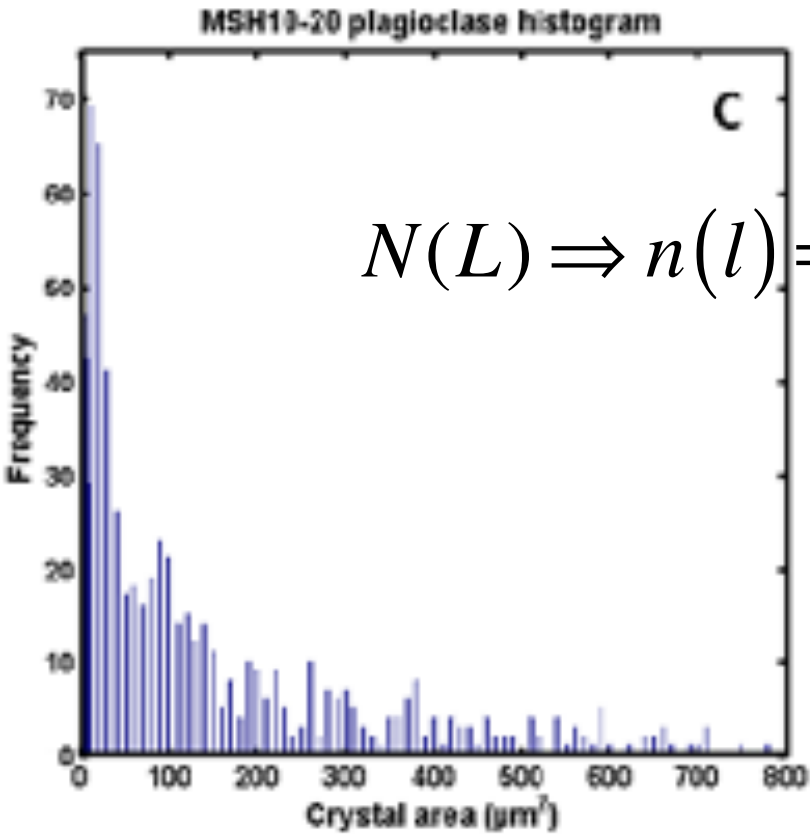
Как определить диаметр канала?

# Вулканонологи за работой

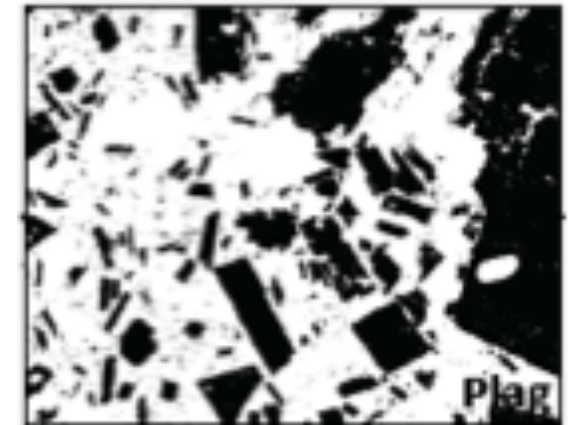
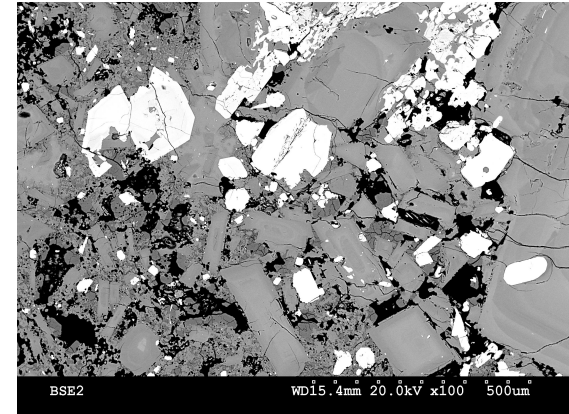




# Распределение кристаллов по размерам – новый способ мониторинга вулканов

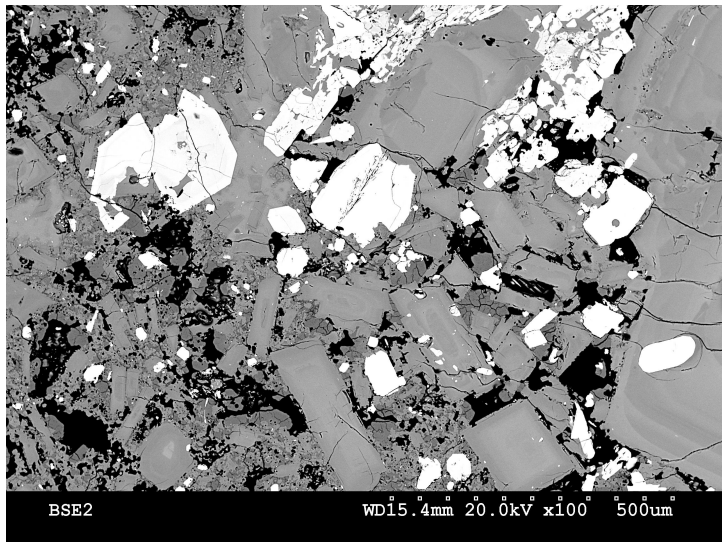


$$N(L) \Rightarrow n(l) = \frac{\Delta N}{\Delta l} = \frac{dN}{dl}$$



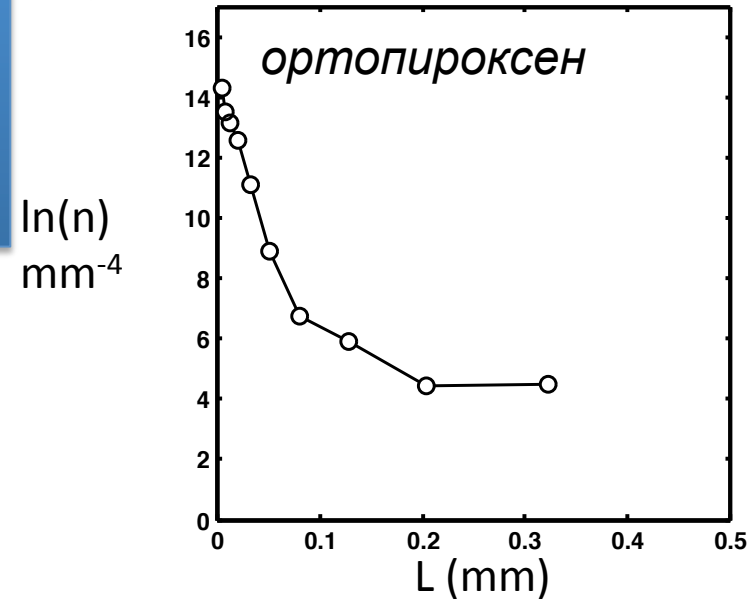
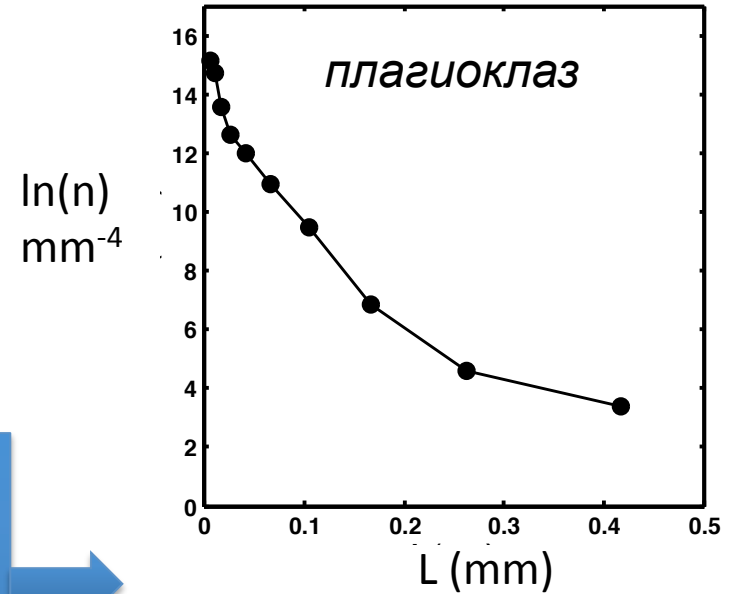


Изображение с электронного микроскопа



Анализ  
изображения  
+  
2D to 3D

Распределение по  
размерам



# Эволюция распределения

- Изменение числа кристаллов данного диапазона размеров в данной точке = приток извне + рост кристаллов

$$\frac{\partial}{\partial t} N + \frac{\partial}{\partial z} NV + \frac{\partial}{\partial L} NU = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial L} \Downarrow$$
$$\frac{\partial}{\partial t} n + \frac{\partial}{\partial z} nV + \frac{\partial}{\partial L} nU = 0$$

# Граничные и начальные условия

$L=0$  – образование зародышей

$$\frac{d}{dt} N|_{L=0} = J; \left( \frac{dN(L(t))}{dt} = \frac{dN}{dL} \frac{dL}{dt} = Un \right) \Leftrightarrow n(z, L=0) = \frac{J(z)}{U(z)};$$

$z=H$  – на

поверхности или  $z=0$  в очаге

$$n(t, z = H, L) = n_{top}(t, L) \text{ or } n(t, z = 0, L) = n_{ch}(t, L)$$

$t=0$  – в начальный момент времени

$$n(t=0, z, L) = n_0(z, L)$$

# Стационарный случай, постоянные скорости роста кристаллов и подъема магмы

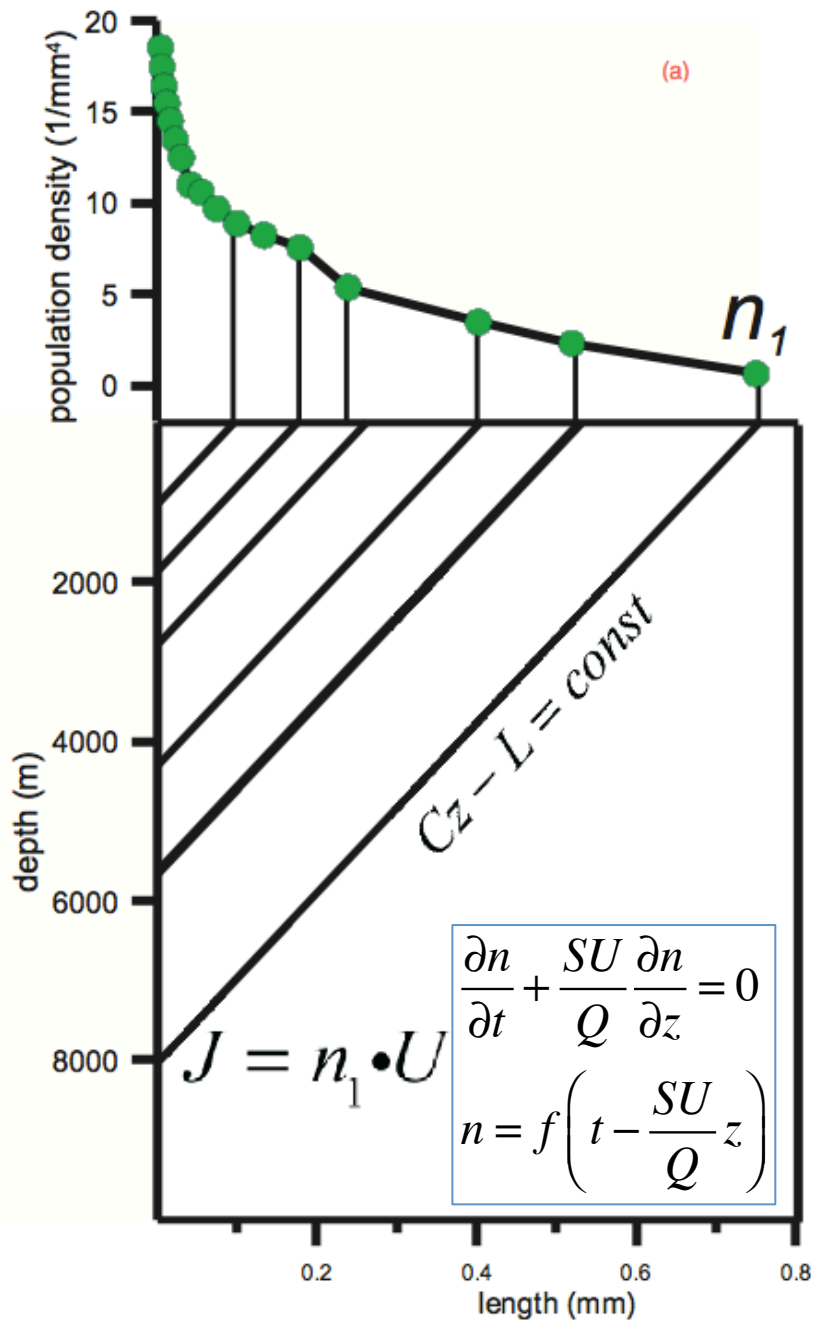
$$\frac{\partial}{\partial z} \underbrace{S(z)V(z)}_Q n(z, L) + U(z)S(z) \frac{\partial}{\partial L} n(z, L) = 0$$

**Общее решение: S, U = const**

$$n(z, L) = f(cz - L) = f(\xi); \quad c = \frac{US}{Q}$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = f'(\xi) \frac{\partial \xi}{\partial z} = f'(\xi) c$$

$$\frac{\partial n}{\partial L} = f'(\xi) \frac{\partial \xi}{\partial L} = -f'(\xi)$$



# Упрощенная модель

- $Q, S, U, T = \text{const}$
- Найдем  $J(z)$
- $J(z) \Rightarrow \Delta T(z)$
- $\Delta T = T - T_{liq}(p) \Rightarrow p(z) -$
- Количество кристаллов

$$\beta(z) = \sigma \int_0^{L_{\max}} n(l, z) l^3 dl; \quad \sigma = \frac{S_c I_c}{L_c^2}$$

- ВЯЗКОСТЬ

# Полная модель

Предполагаем

Находим распределения (z)

$$U = U(p, T, x)$$

$$J = J(p, T, x)$$

$$V(z)S(z) = Q = \text{const}$$

$$\frac{dp}{dz} = \rho g + \lambda \mu(p, T, x) \frac{V(z)}{S(z)}$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{L_*}{C_p} \frac{dx}{dz}$$

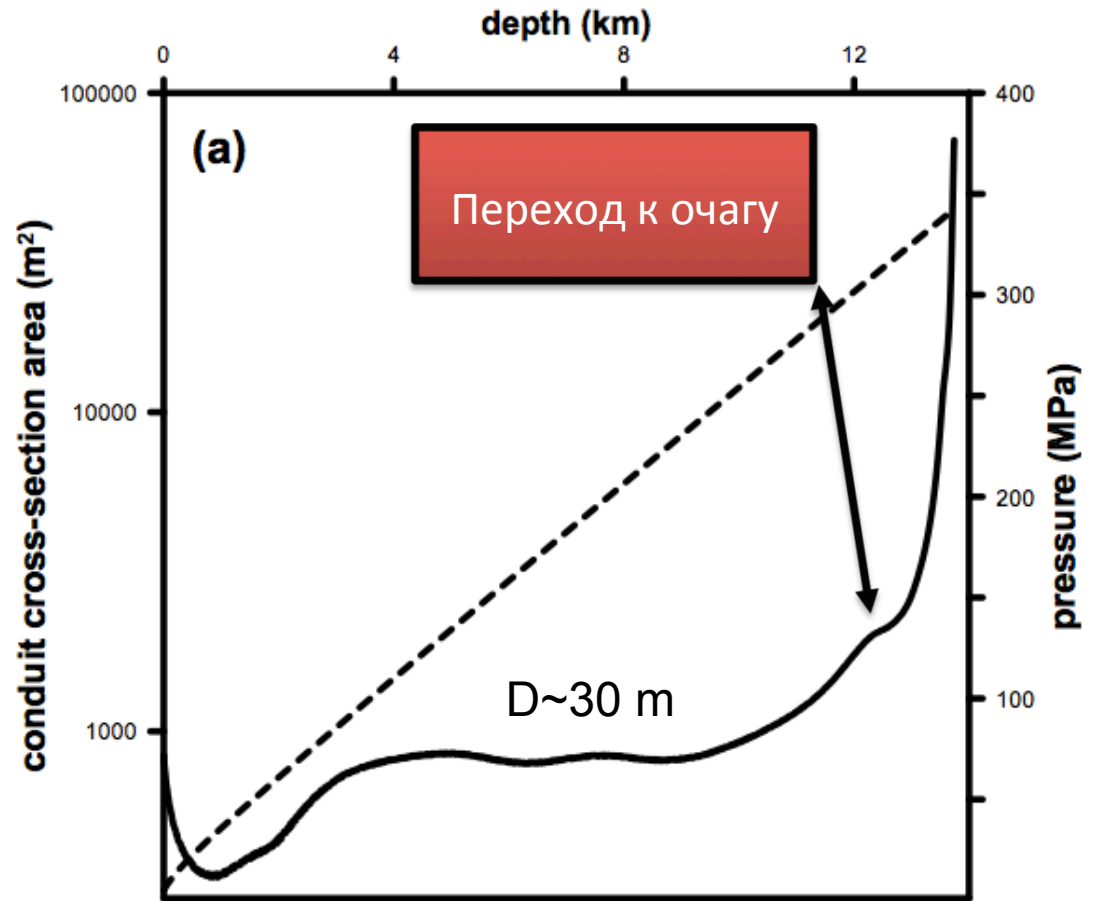
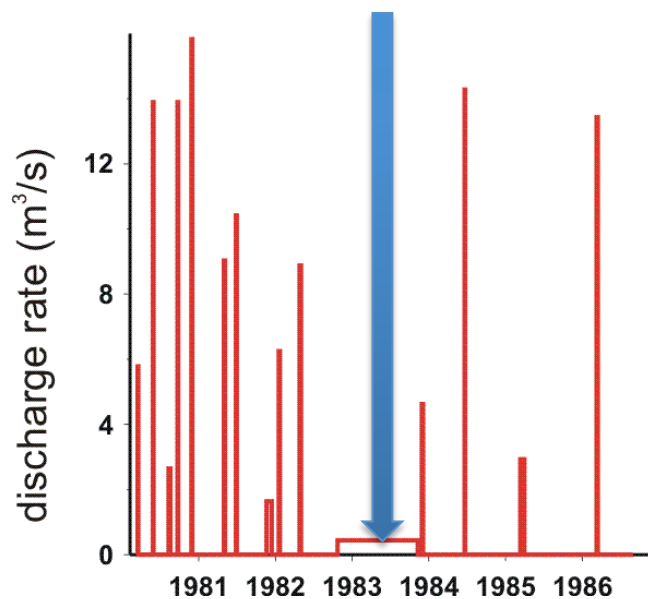
Модель в канале  
может быть более  
сложной

- Температура
- Давление
- Степень кристаллизации
- Площадь сечения канала
- Скорости роста и нуклеации
- Вязкость...

# Пример: Mt St Helens, 1983-1984



- Стационарный рост,  $Q \sim 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$
- кристалличность  $\sim 40\%$ , PL+OPX





# Вылезаем из канала!

