

Модели взрывного извержения. (13.04.2010)

- Динамика роста одиночного пузырька.
- Фрагментация магмы.
- Зависимость расхода магмы от давления в очаге.
- Влияние утока газа в стенки канала и его фильтрации сквозь магму.
- Переход между взрывными и экструзивными фазами извержения.

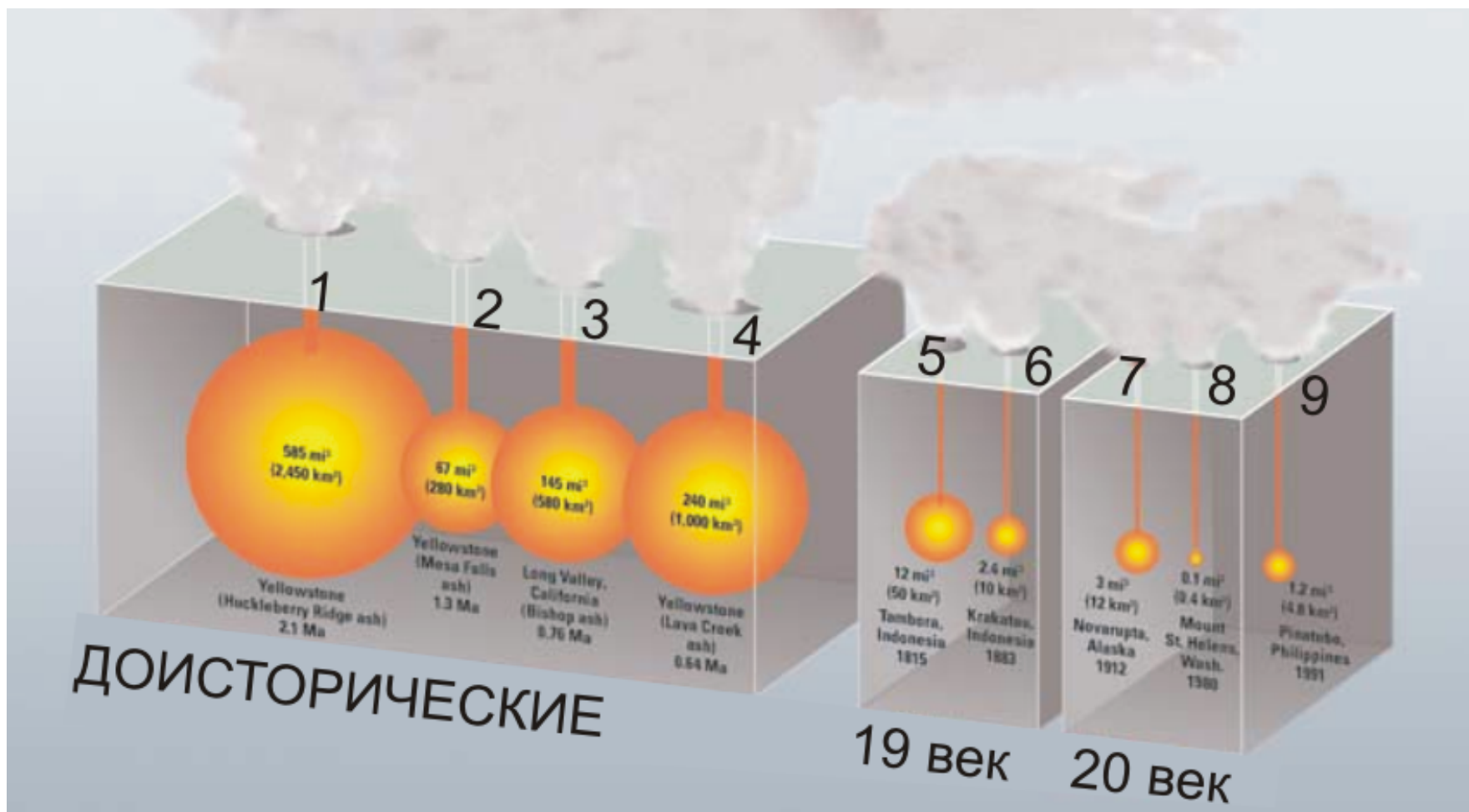
МЕЛЬНИК ОЛЕГ ЭДУАРДОВИЧ

ТЕЛ 939-5476, EMAIL: MELNIK@IMEC.MSU.RU

Страница курса в Интернете:

http://wiki.web.ru/wiki/Геологический_факультет_МГУ:Вулканология

Крупнейшие извержения



1,2,4 – Йелоустон (2.1 МЛ, 2450 км³, 1.3 МЛ, 280 км³, 0.64 МЛ, 1000 км³) 3 – Лонг Велли кальдера (0.96 МЛ -580 км³)

5 – Тамбора (1815, 50 км³), 6 – Кракатау (1863, 10 км³)

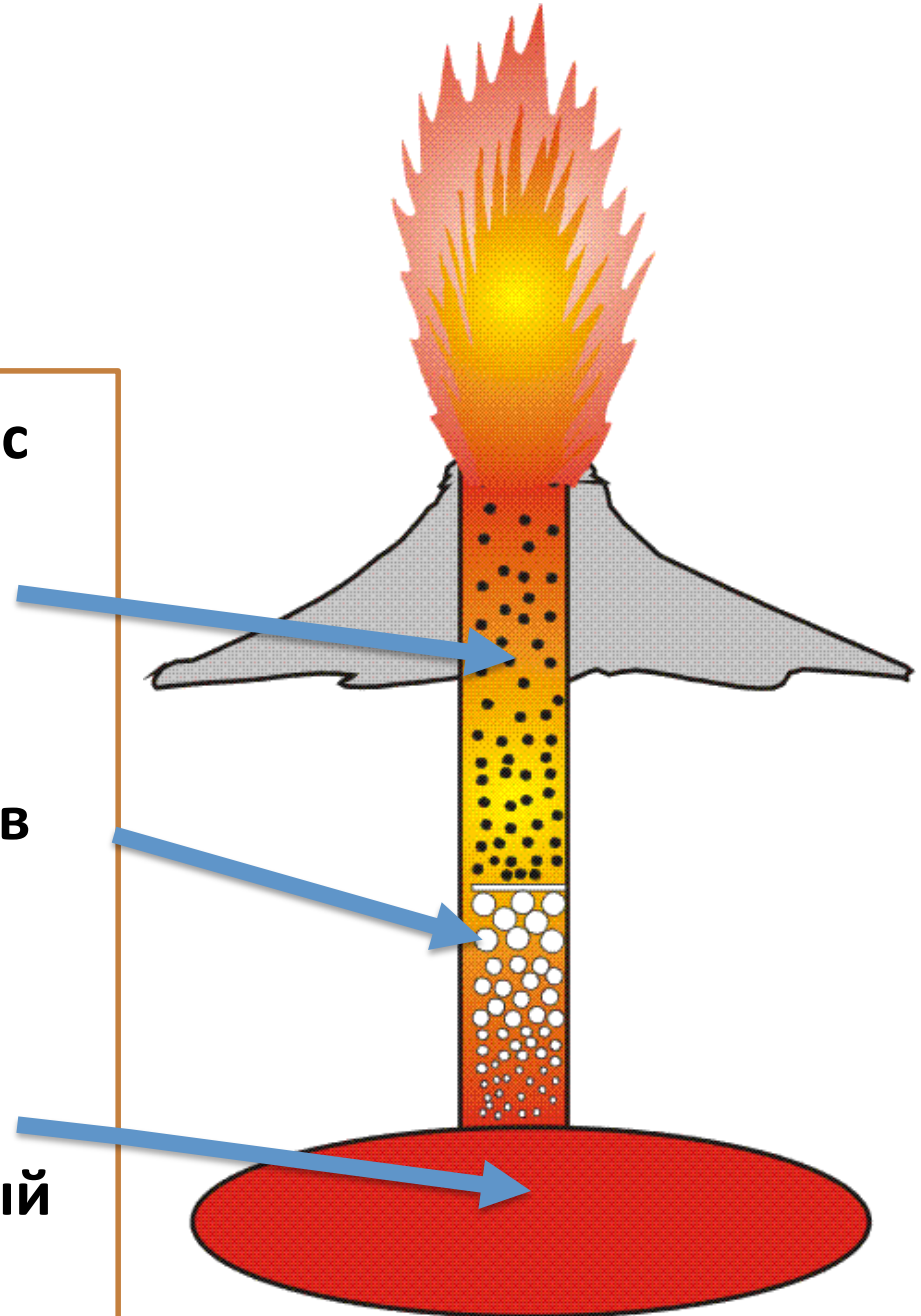
7 – Новарупта (1912, 12 км³), Маунт Ст Хеленс (1980, 0.4 км³), Пинатубо (1991, 4.8 км³)

Эксплозивный режим

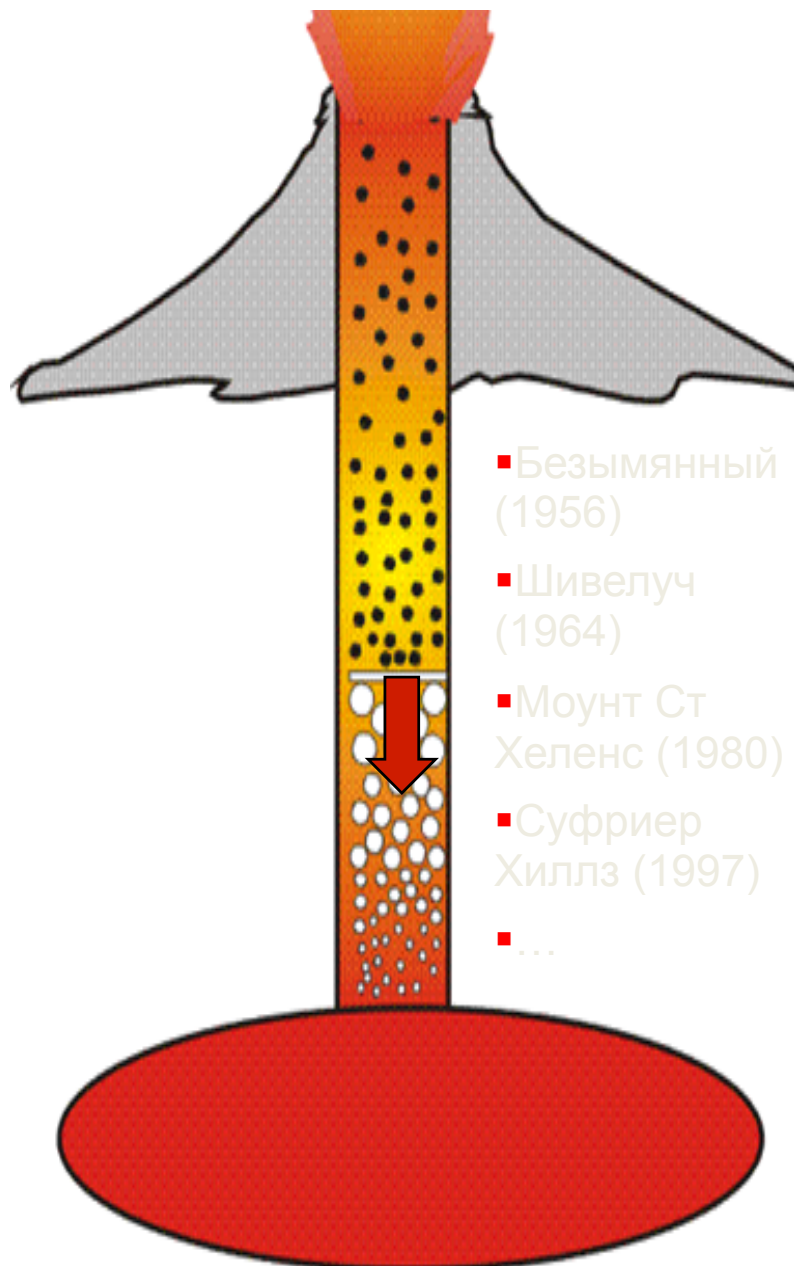
Газовзвесь: сопротивление и вес малы, до и сверх-звуковые скорости.

Пузырьковая жидкость: большая вязкость, рост пузырьков за счет дегазации, слияние, фильтрация газа.

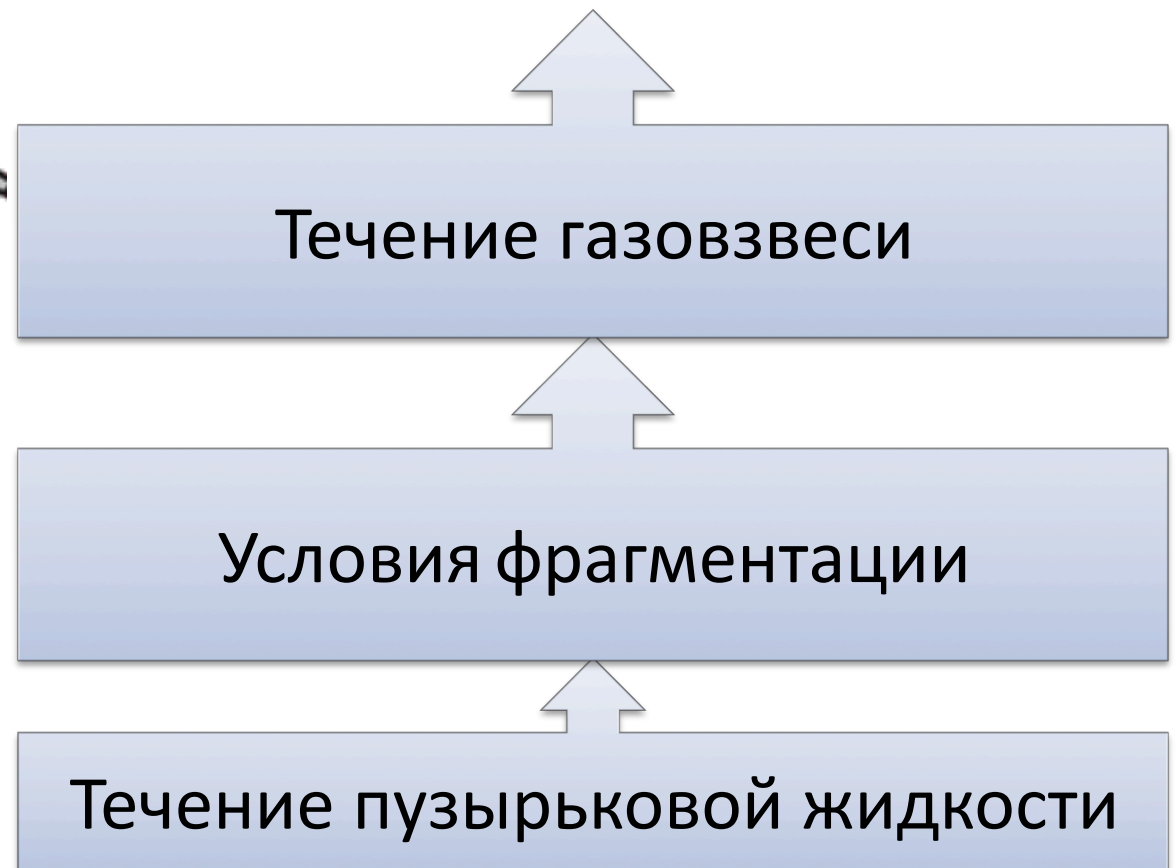
Очаг: Резервуар содержащий расплав, кристаллы, растворенный газ.



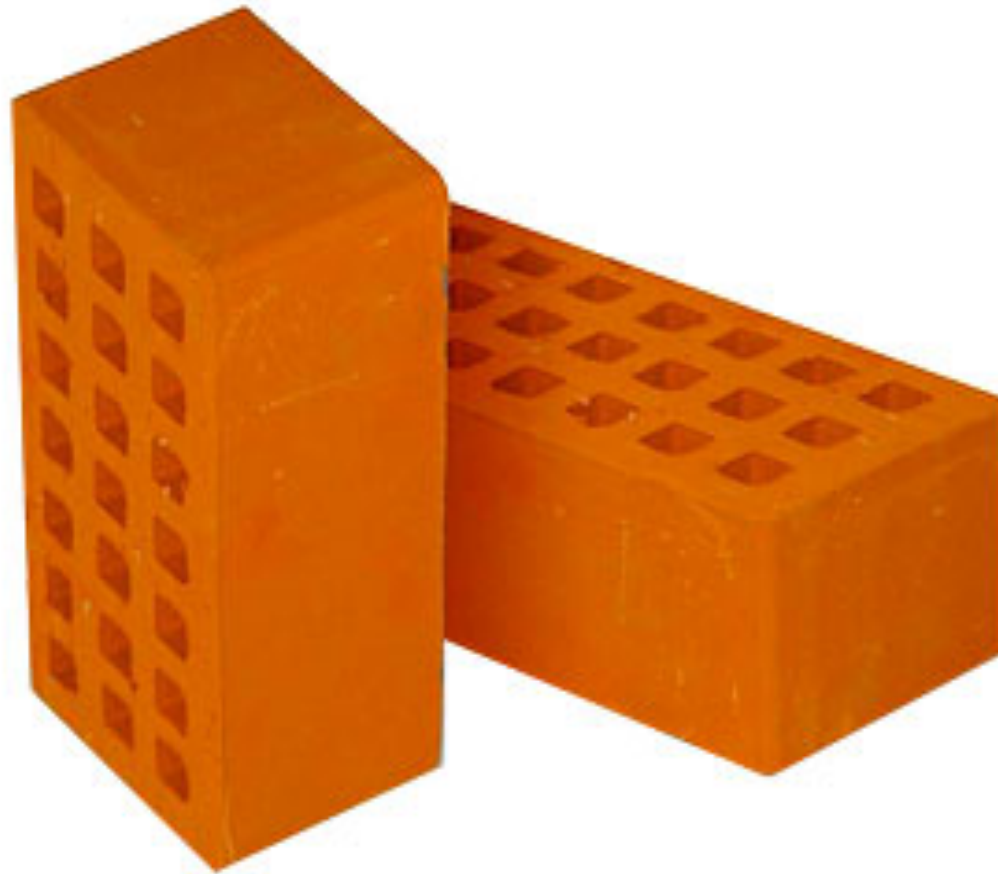
Моделирование взрывного извержения



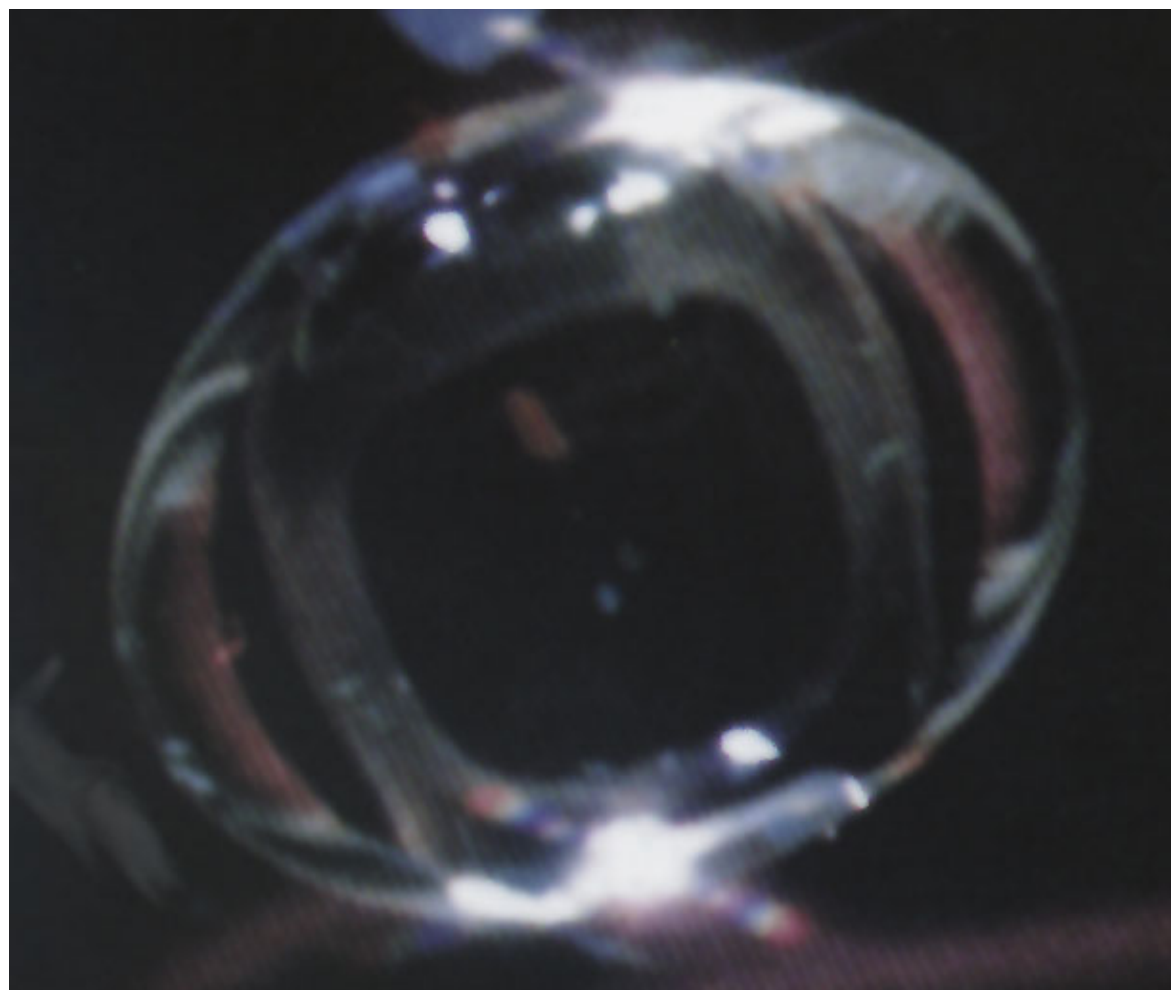
- Безымянный (1956)
- Шивелуч (1964)
- Моунт Ст Хеленс (1980)
- Суфриер Хиллз (1997)
- ...



Кирпичики модели

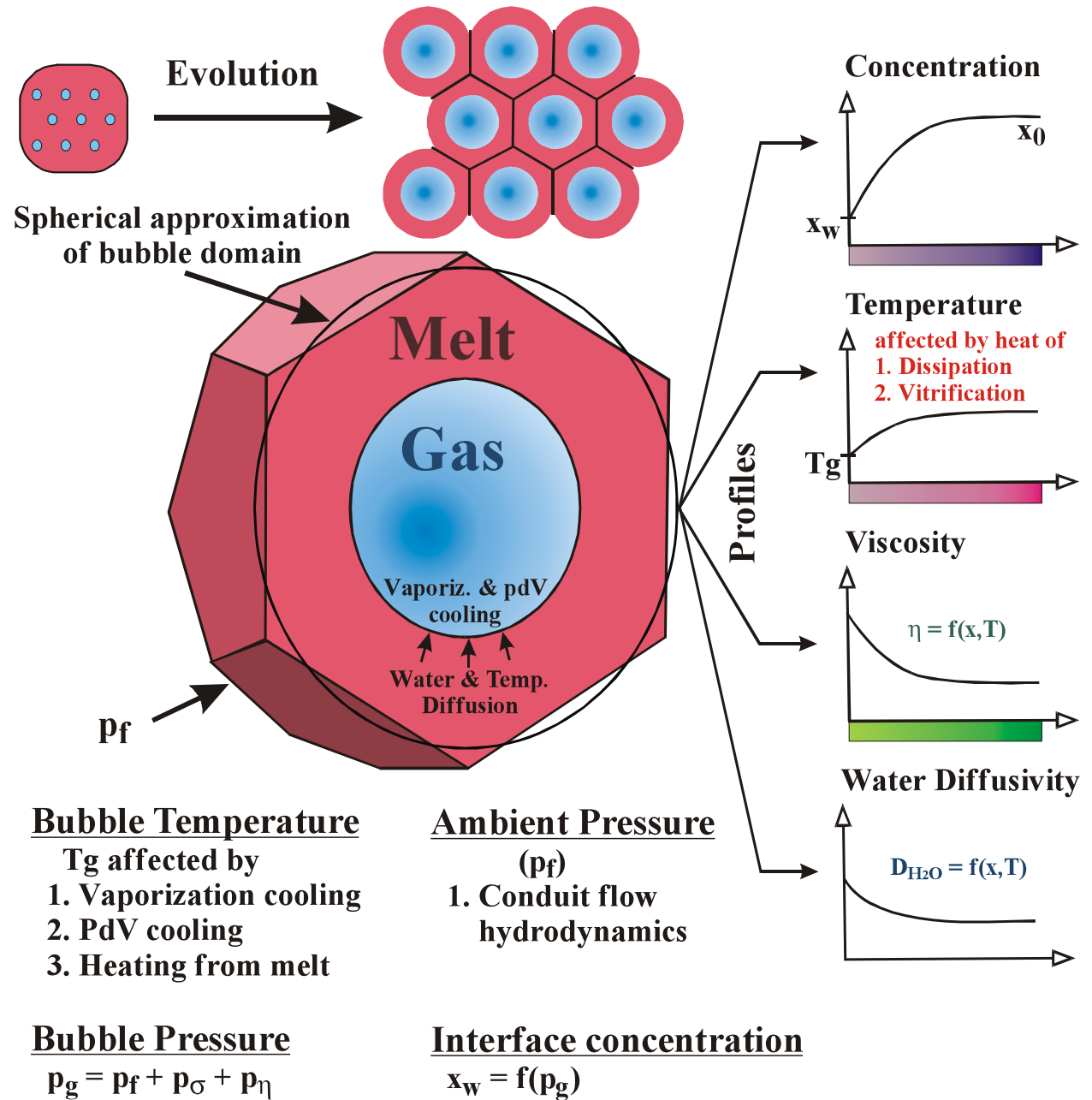


От пузырька к фрагментации





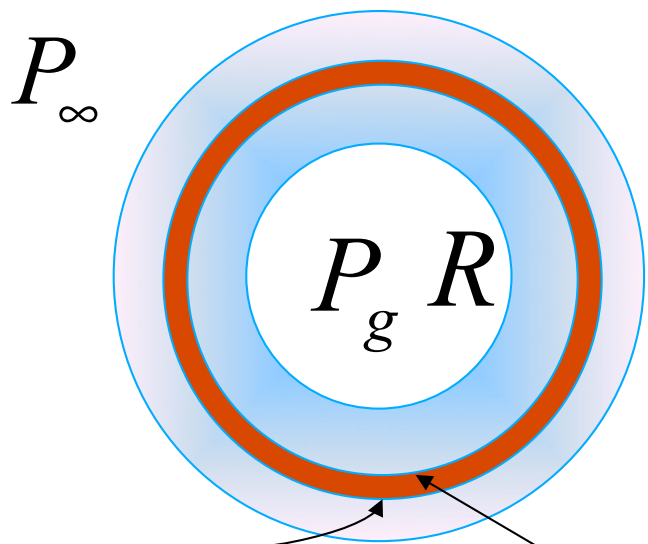
Alex Proussevitch



Сохранение массы оболочки

$$4\pi (r + \delta r)^2 V(r + \delta r) = 4\pi r^2 V(r)$$

$$\cancel{4\pi r^2 V(r)} + 8\pi r \delta r V(r) + 4\pi r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \delta r - \cancel{4\pi r^2 V(r)} = 0$$



$$\frac{\partial}{\partial r} r^2 V = 0 \Rightarrow r^2 V = f(t)$$

$$r = R : V = \dot{R} \Rightarrow V = \frac{R^2 \dot{R}}{r^2}$$

$V(r + \delta r)$ $V(r)$

Уравнения импульсов

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial V}{\partial r} - 2 \frac{V}{r^2} \right)$$

$$V = \frac{R^2 \dot{R}}{r^2} \Rightarrow \rho \left[2 \left(\frac{R}{r^2} - \frac{R^4}{r^5} \right) \dot{R} + \frac{R^2}{r^2} \ddot{R} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$r = R : p(R) = \rho \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 + R \ddot{R} \right) + p_\infty(t)$$

На границе пузырька и ЖИДКОСТИ

$$-p_g = \tau_{rr} = \left(-p + 2\mu \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{2\sigma}{r} \right) \Big|_{r=R}$$

$$p_g - p_\infty(t) = \frac{2\sigma}{R} + \rho \left(\frac{3}{2} \dot{R}^2 + R\ddot{R} \right) + 4\mu \frac{\dot{R}}{R}$$

Малые члены

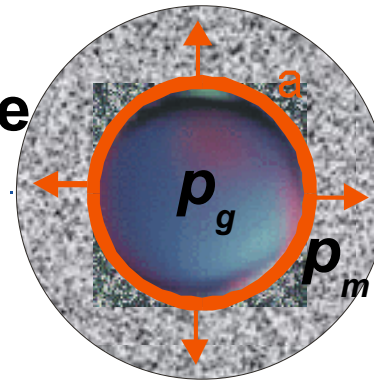


Rayleigh, John William
Strutt (1842-1919)

Модели фрагментации магмы

- ▶ Фиксированная объемная доля пузырьков (Спаркс 1978).

- ▶ Критическое избыточное давление в растущем пузырьке (Бармин, Мельник, 1993)



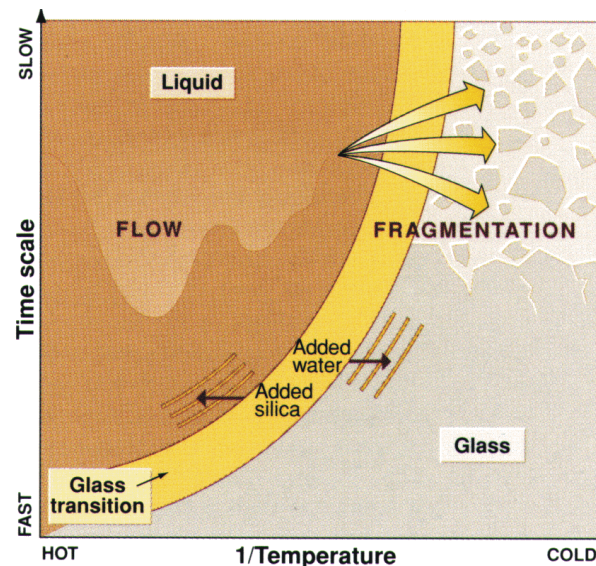
$$p_g - p_m = \frac{4\mu_m}{R} \frac{dR}{dt} +$$

малые члены

Критическая скорость

- ▶ растяжения Rapale P, 1999

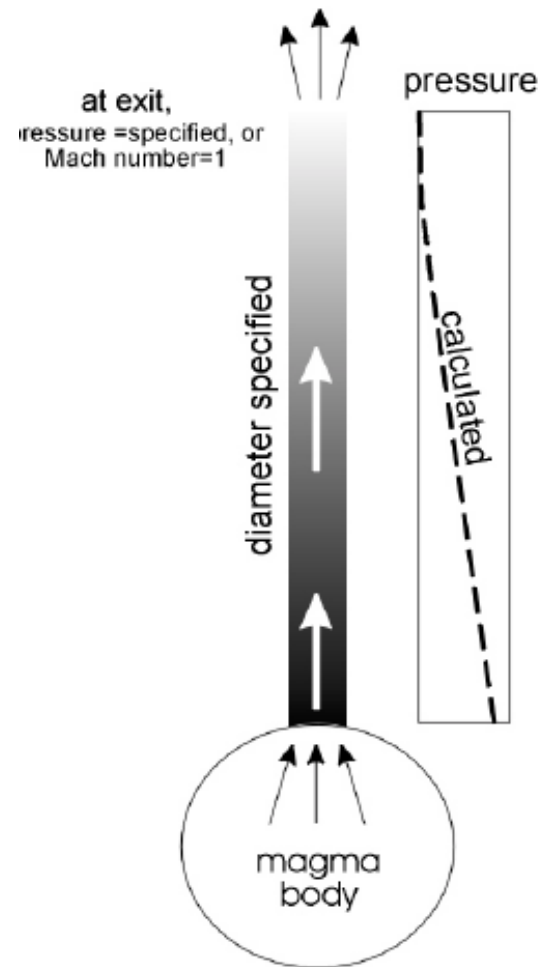
$$\frac{dv_z}{dz} > k \frac{1}{\tau}$$



Гидростатический или литостатический градиент давления?

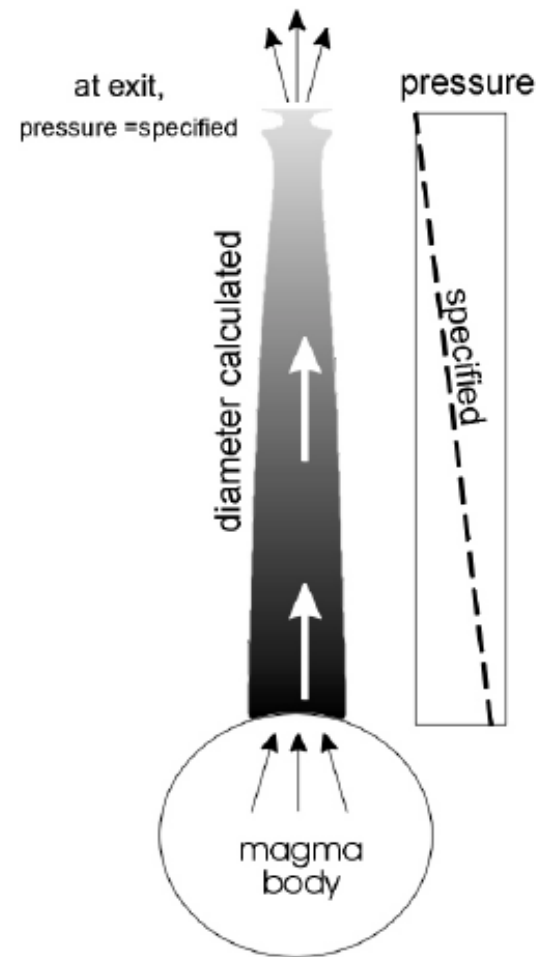
Option 1

specified conduit diameter
program calculates pressure profile

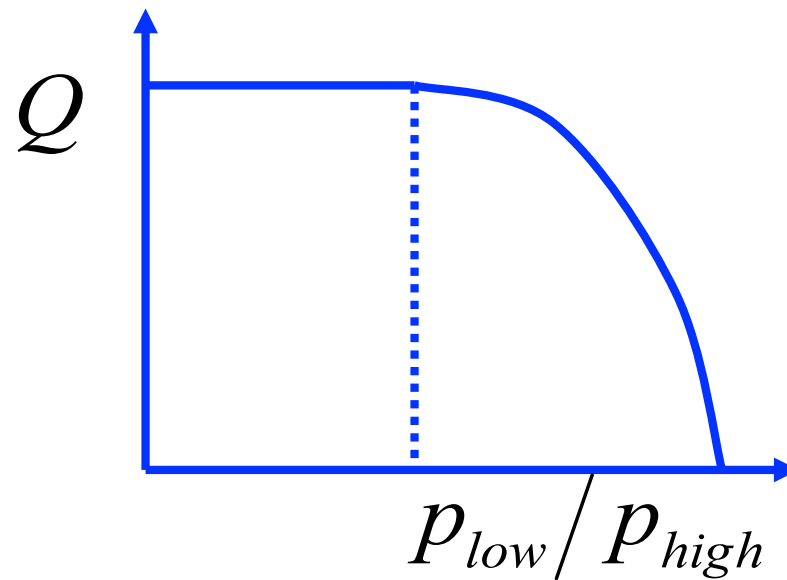
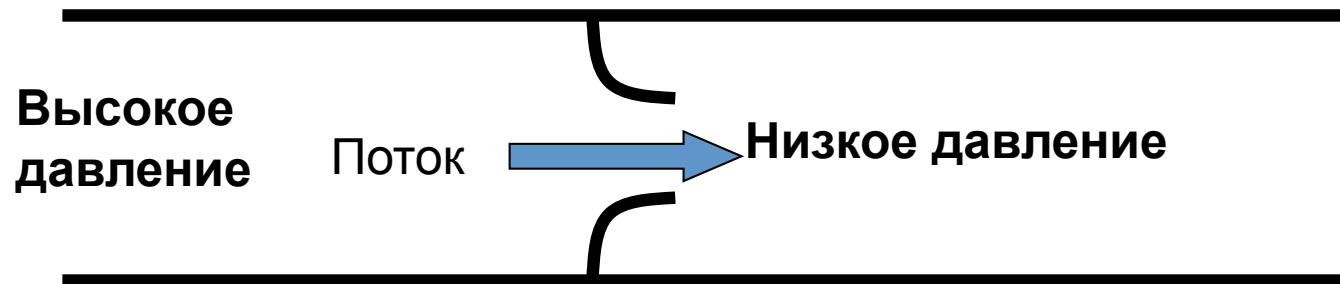


Option 2

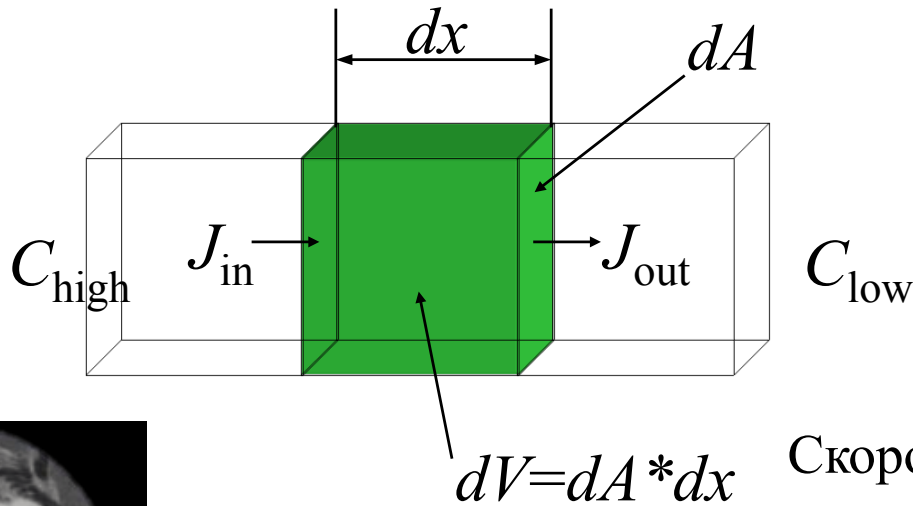
specified pressure gradient
program calculates conduit geometry



Условие запираания

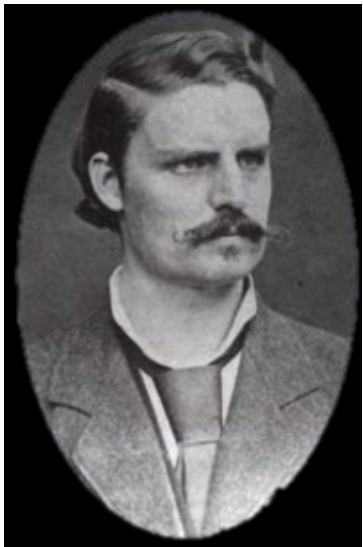


Диффузия, закон Фика $J_m = -D_m \text{grad}(c)$



$$\frac{\partial C}{\partial t} dV = (J_{in} - J_{out}) dA$$

Скорость изменения концентрации атомов в объеме dV = Скорость притока – скорость оттока



Adolf Eugen Fick
(1829-1901)

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= (J_{in} - J_{out}) \frac{dA}{dV} = -\frac{\partial J}{\partial x} \\ &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(-D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Диффузионный рост пузырька

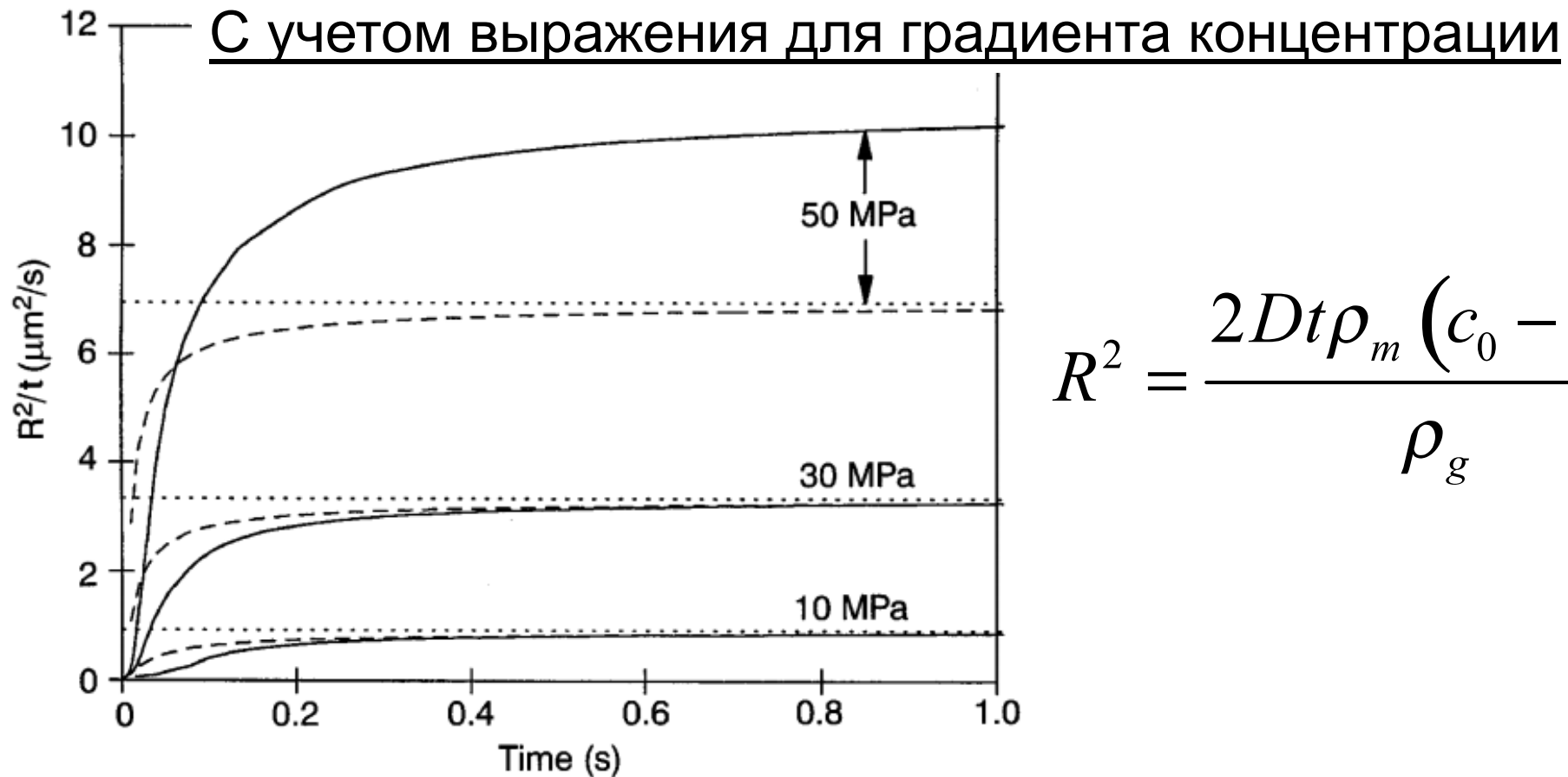
~~$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_r \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(D r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right)$$~~

В случае большого коэффициента диффузии

$$\left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_R = \frac{C_0 - C_R}{R}$$

Закон сохранения массы для одного пузырька

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi \rho_g R^3 \right) = 4 \pi R^2 \rho_m D \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_R$$



$$R^2 = \frac{2Dt\rho_m (c_0 - c_f)}{\rho_g}$$



Простейшая модель

$$\frac{d}{dz} \rho V = 0 \Rightarrow \rho V = Q = \text{const}$$

$$\rho V \frac{dV}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \rho g - f_c$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1 - x_g}{\rho_m^0} + \frac{x_g}{\rho_g^0}; \quad x_g = x_0 - C_g \sqrt{p};$$

$$\rho_g^0 = \frac{p}{RT}; \quad f_c = \begin{cases} \frac{32\mu V}{D^2} \\ 0 \end{cases}$$

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Z=0 (очаг) : P=P_{ch}

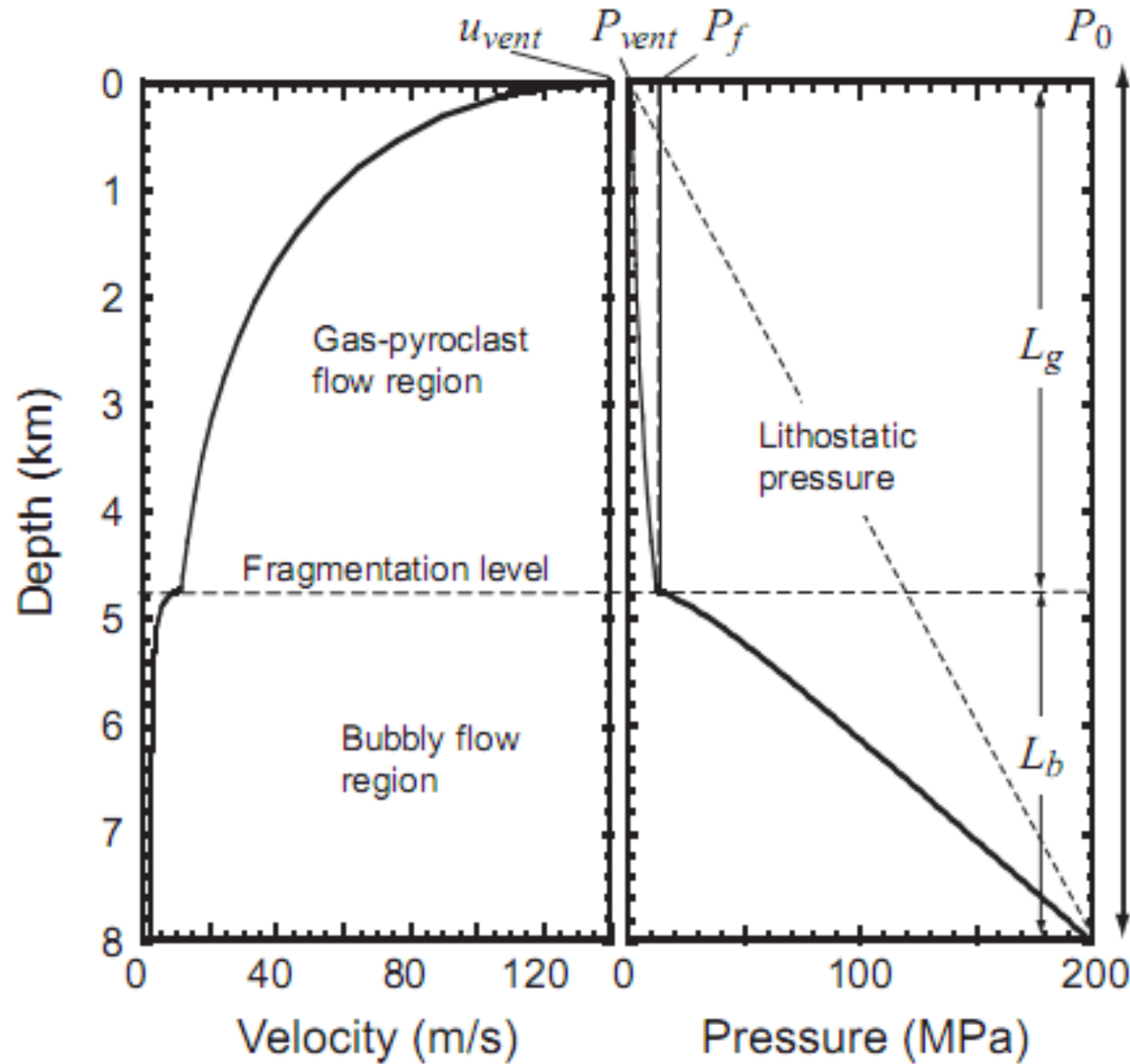
Z=L (атм.) : Условие
запирания или
атмосферное давление

Z=Zf (фрагм): $\alpha = \alpha_* \approx 0.7$

**Задача – определить
расход магмы по
перепаду давления**

Koyaguchi, T., 2005. An analytical study for 1-dimesional steady flow in volcanic conduits. J. Volcanol. Geotherm. Res. 143, 29–52.

Профили скорости и давления в канале



Современное состояние

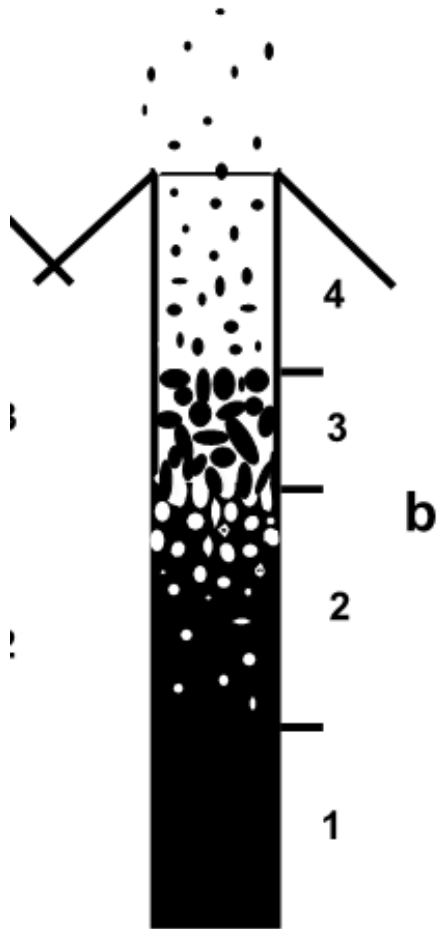


Volcanic eruption mechanisms: Insights from
intercomparison of models of conduit processes

Workshop in Durham, New Hampshire, November 2002

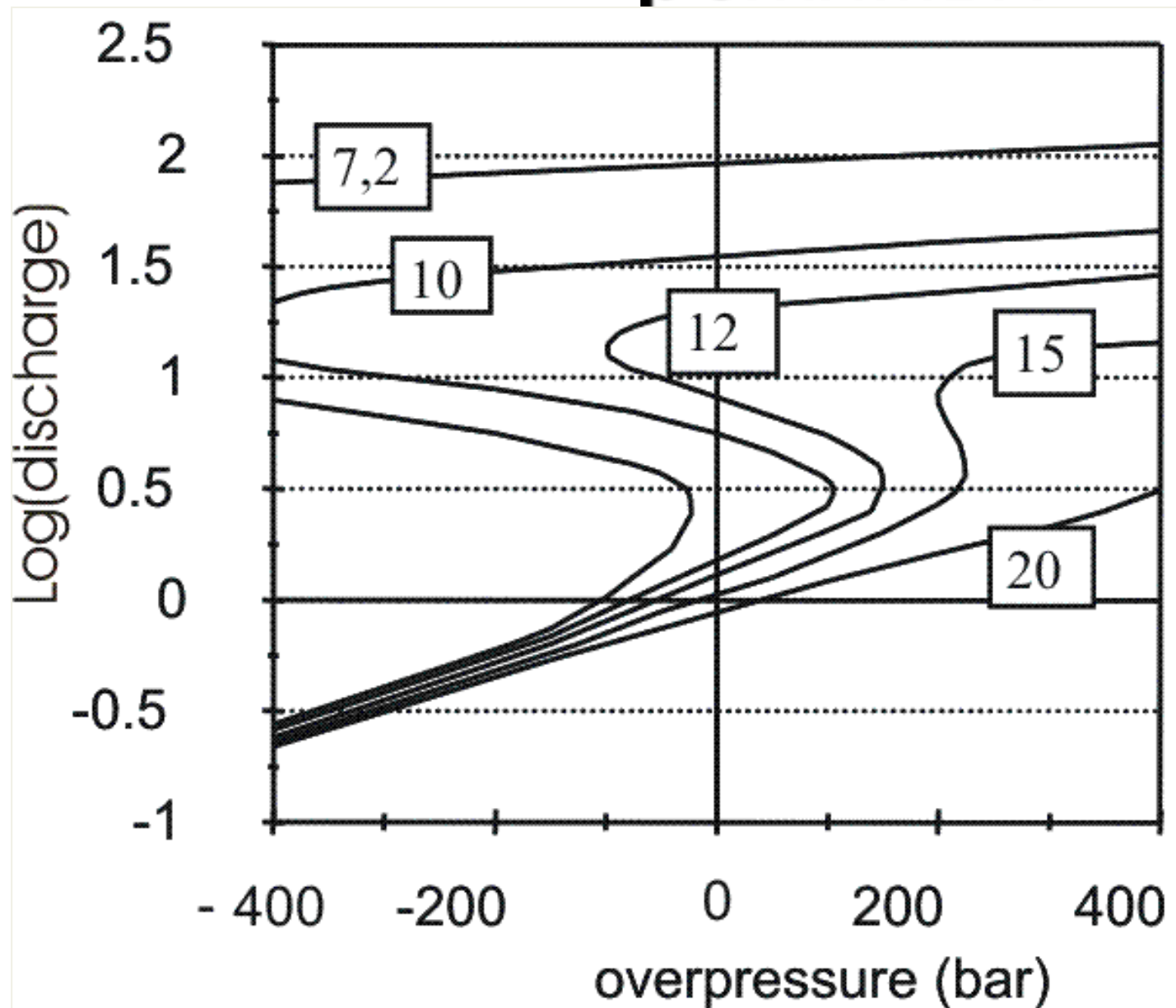
Model	Exit velocity (m/s)	Exit pressure (MPa)	Fragmentation depth (m)	Fragmentation vesicularity	Discharge rate ($\times 10^7$ kg/s)
Conflow	182	6.1	3107	0.64	7.7
Conduit4	gas: 211 particle: 201	2.3	2283	0.83	3.4
Bubbledrive	150 to 450	set at 0.1 MPa	2400	0.8	4.1
Nuclascent	118	0.7	1100	0.735	6.0
Kamchatka	gas: 162–445 particle: 160–227 (mass fraction particles 0.05–0.95)	1.5–4.1	2585	0.73	5.4
CPIUC	169	4.1	2950	0.75	4.8

Учет газоотделения (Слезин, 1983)



- До концентрации пузырьков 70% магма и газ движутся совместно – пузырьковый режим
- Потом высвобождающийся газ движется с большей скоростью, $C_d A (V_g - V_p)^2 = m_p g$ как у одиночной частицы в потоке газа
- Как только концентрация «свободного» газа достигает 40% частички магмы перестают связываться друг с другом, возникает газовзвесь

Почему могут быть разные режимы?



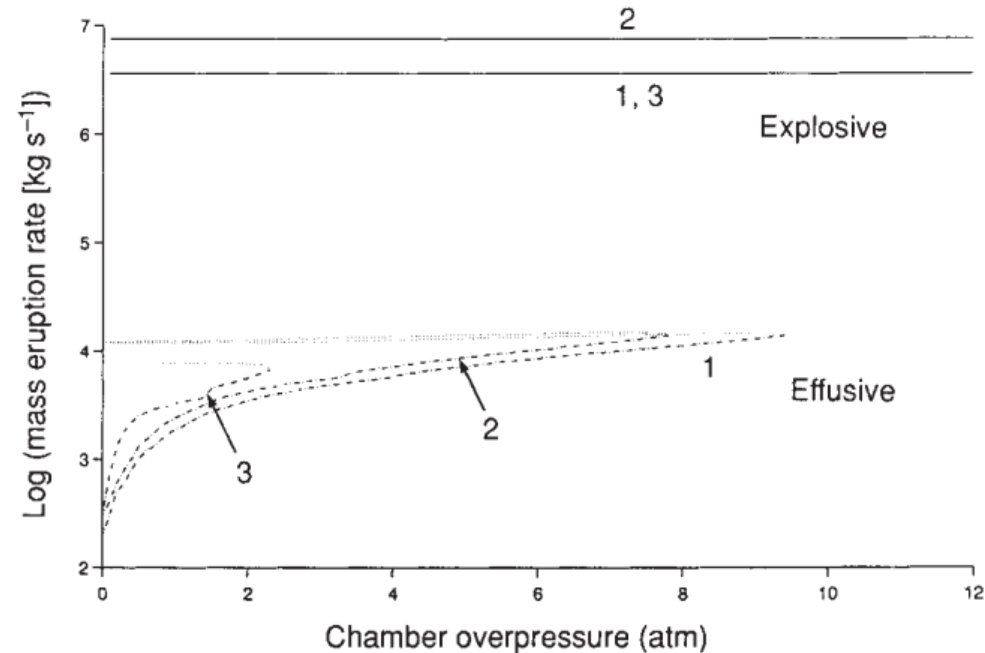
Слезин (1983)



Уток газа в стенки канала

A.W. Woods, T. Koyaguchi (1994) Transitions between explosive and effusive eruptions of silicic magmas. *Nature*, 370: 641-644

- При подъеме магмы происходит фильтрация газа в окружающие породы



$$\frac{d}{dz} \rho V = - Q_w = 2\pi r \rho_w K (p - p_h) / \mu L$$

Куда на самом деле девается газ? До сих пор единого мнения нет!

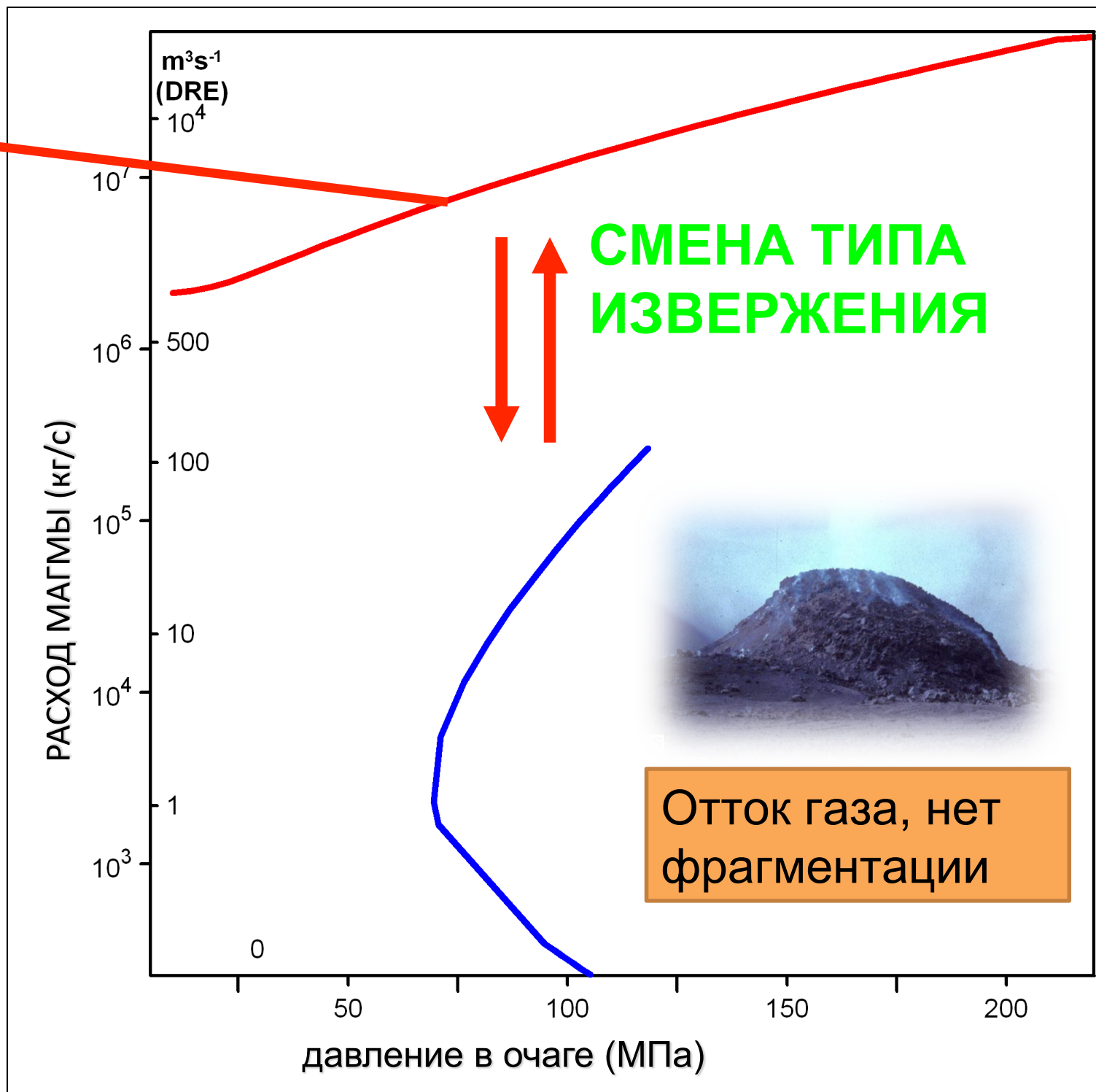
Учет фильтрации и избыточного давления

- Модель учитывает фильтрацию газа по закону Дарси.
- Уравнение Релея-Ламба определяет давление в пузырьках.
- Критерий фрагментации по избыточному давлению.



USGS USGS Photo by D. Hurlow, June 12, 1991

Малый
отток
газа,
фрагмент
ация



Эксплозивное извержение, вызванное обрушением купола



- Mount St Helens, 18 May 1980

Нестационарная система уравнений

Законы сохранения массы

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g V}{\partial x} = J, \quad \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l V}{\partial x} = -J,$$

Сохранения импульса для магмы

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p_m}{\partial x} - \rho g - f_c$$

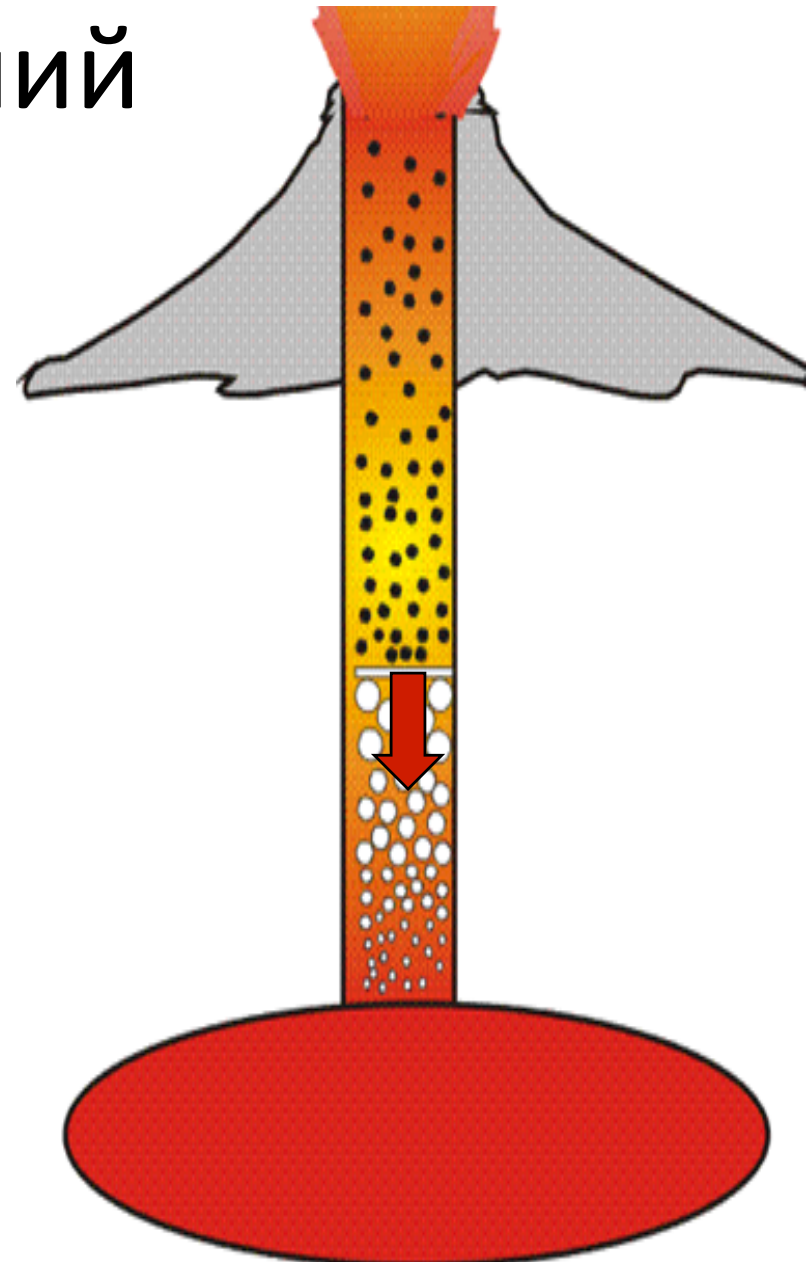
$$p_m = (1 - \alpha) p_l + \alpha p_g$$

Роста пузырька

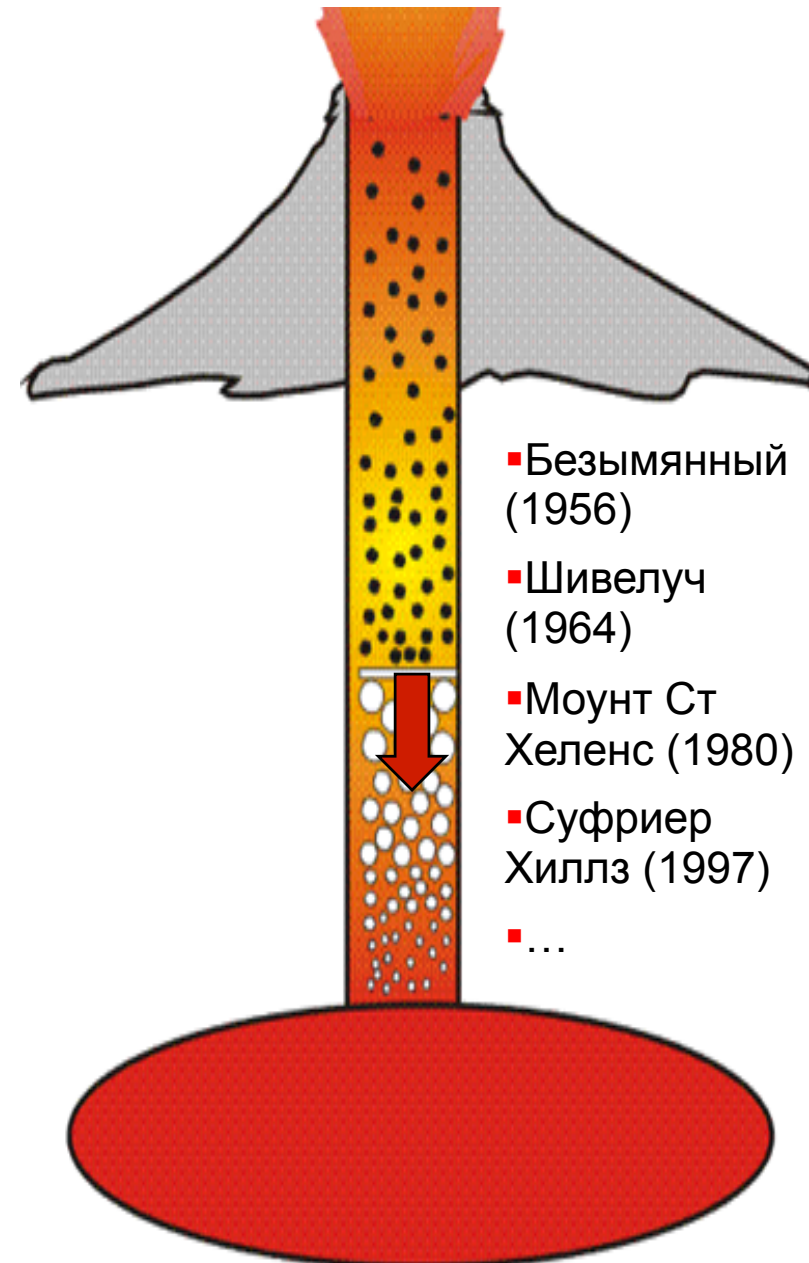
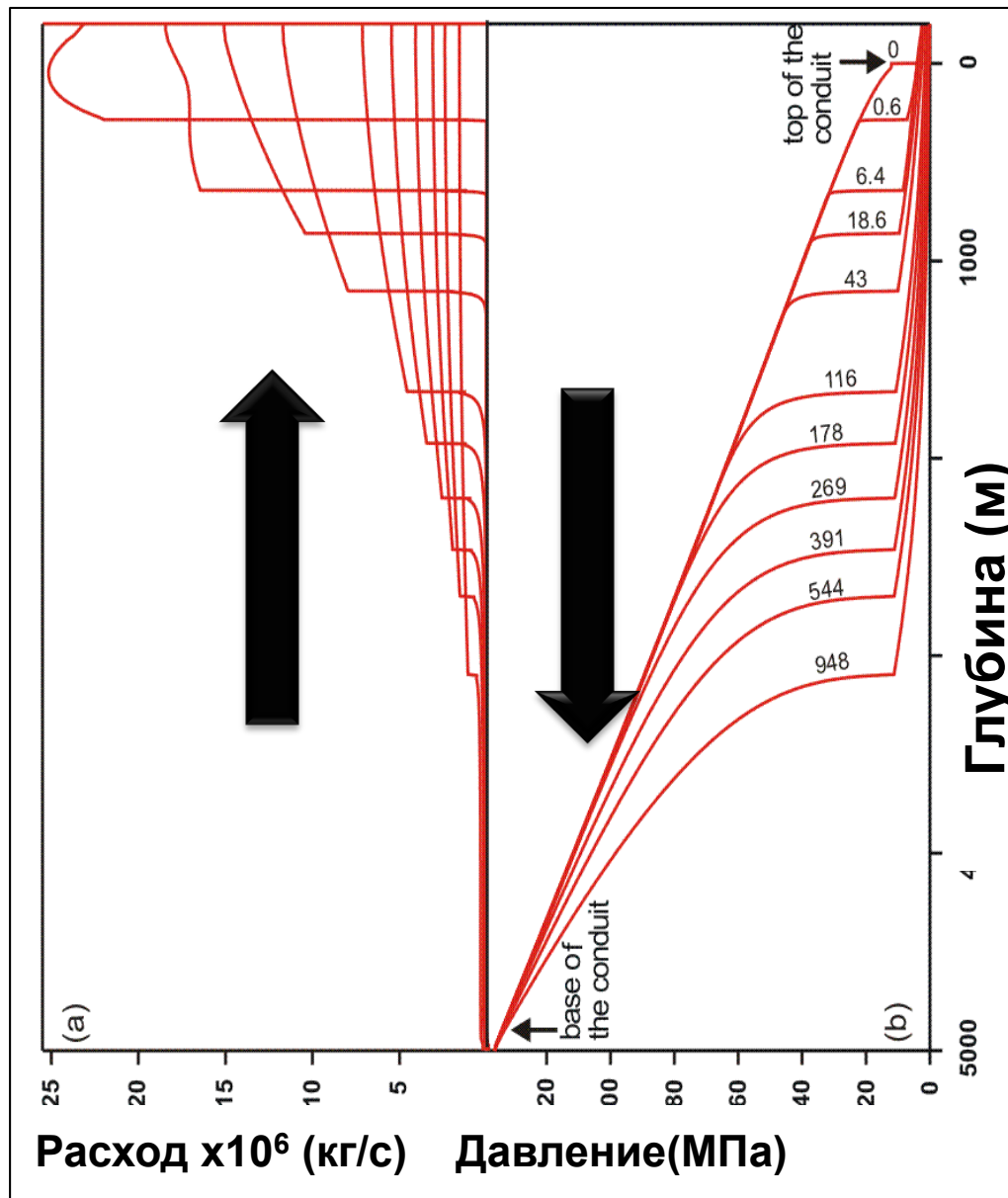
$$\frac{\partial a}{\partial t} + V \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{a}{4\mu_m} (p_g - p_l)$$

Критерий фрагментации

$$p_g - p_l = \Delta p_*$$

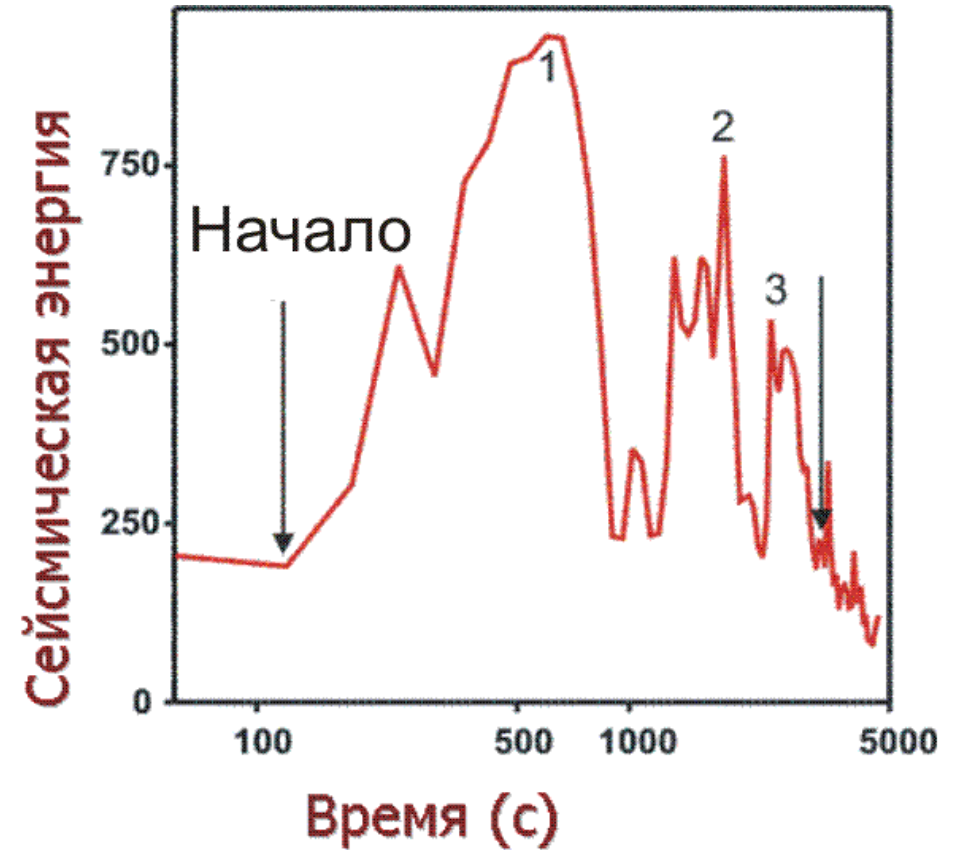
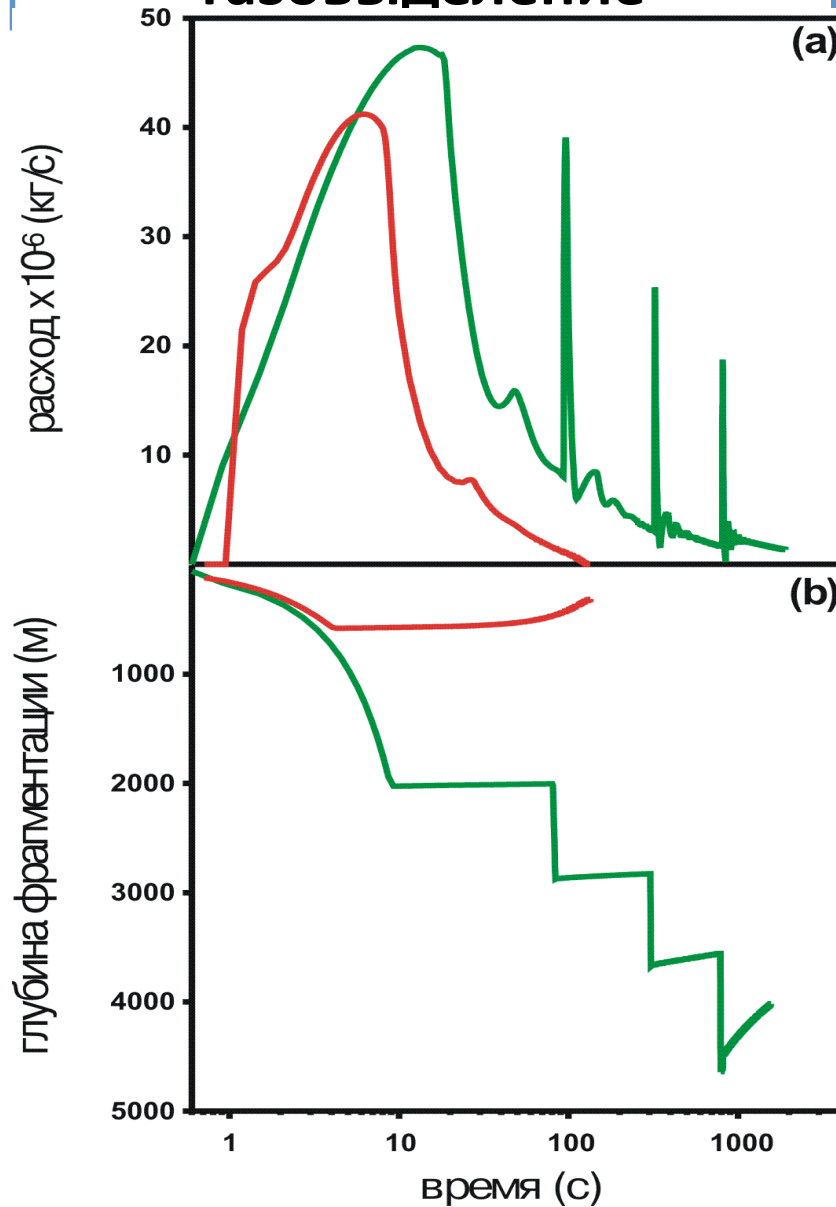


Развитие взрывного извержения

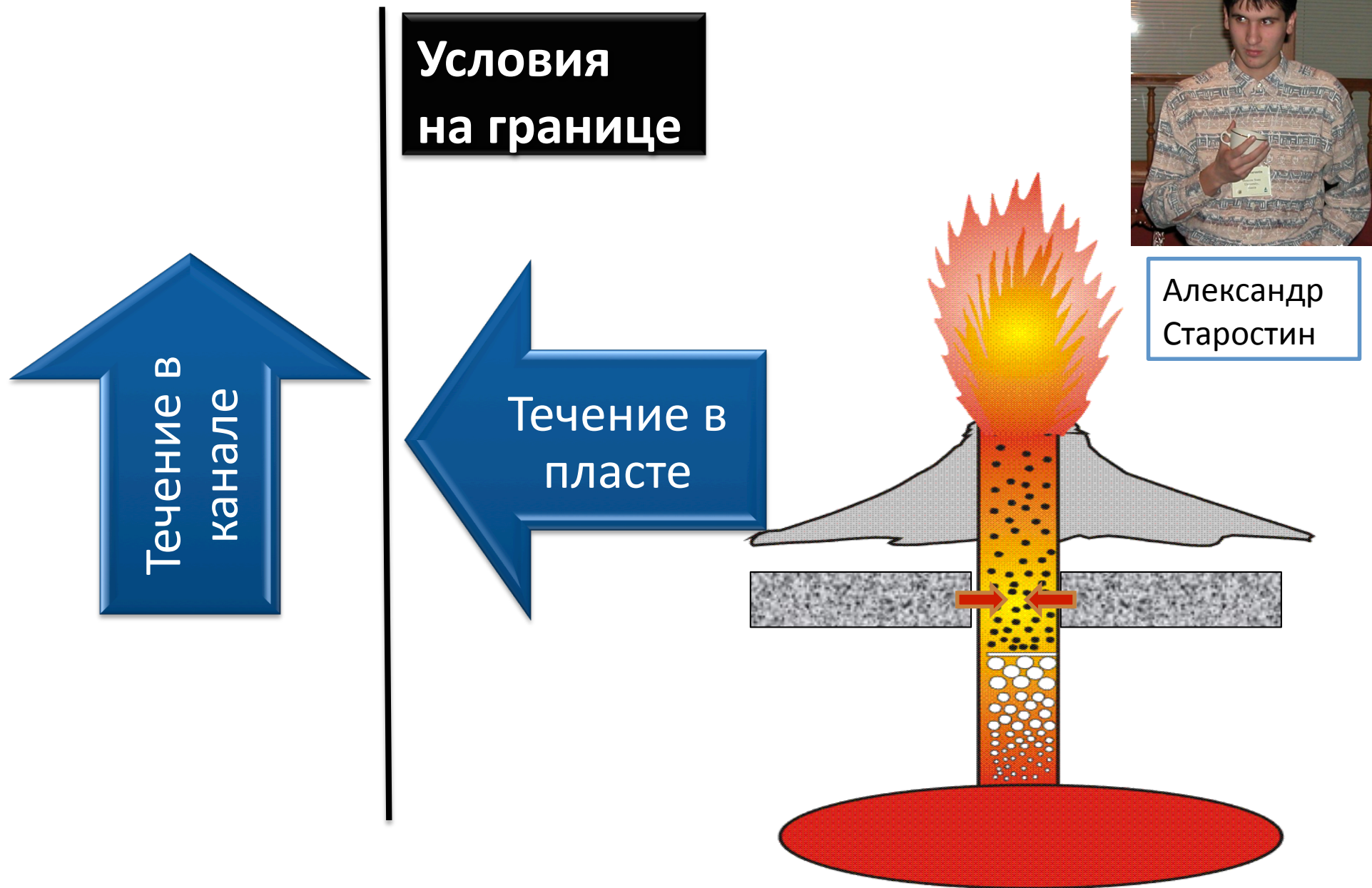


Изменение расхода магмы и глубины фрагментации

слабое и интенсивное
газовыделение



Фреатомагматические извержения



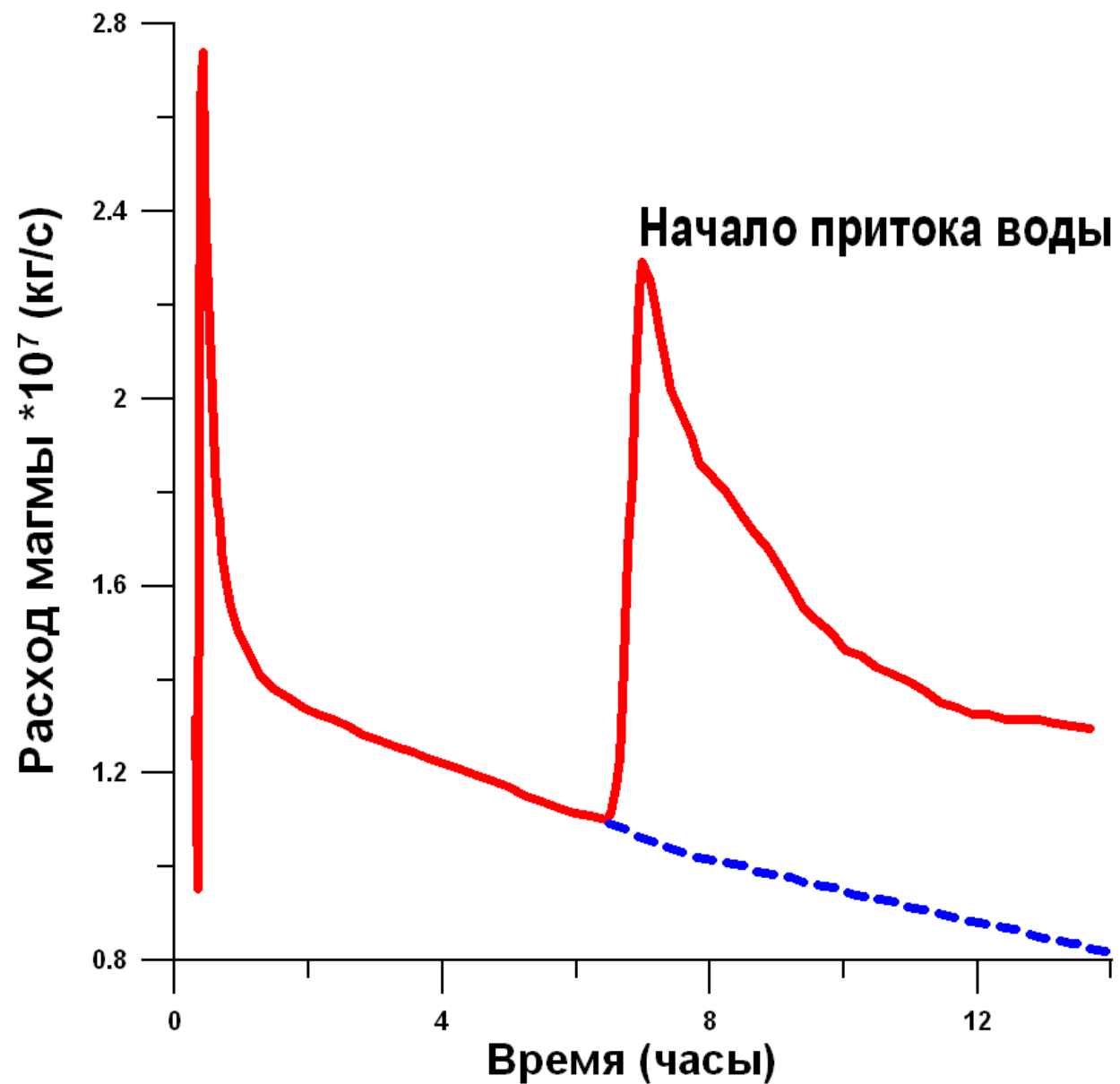
Важность моделирования и мониторинга



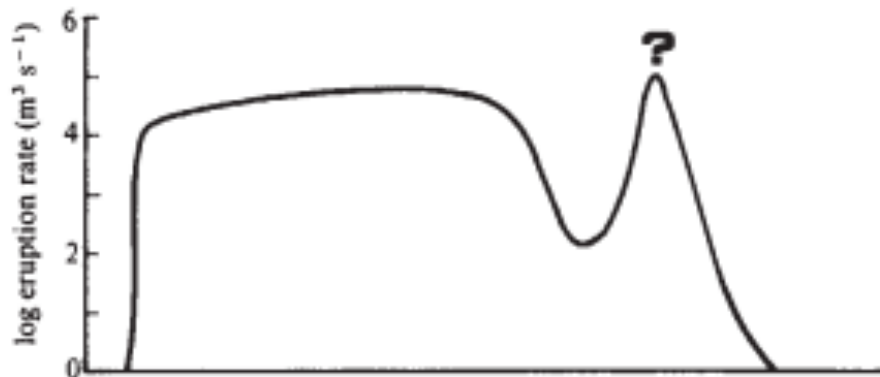
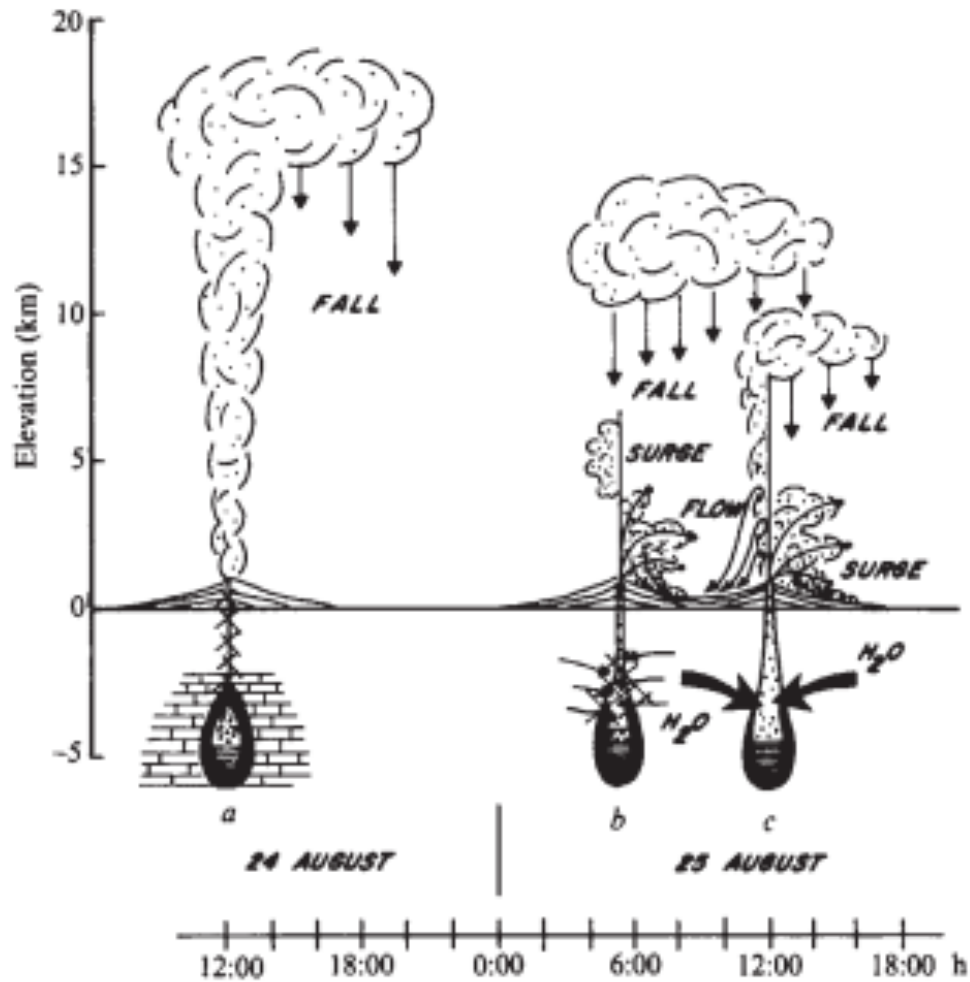
<http://www.islam.ru/lib/forpeople/4/>

- ✓ ...если бы случившееся было обычным извержением вулкана, то люди могли бы подготовиться. Извержению вулкана предшествует взрыв, в течение некоторого времени со стороны вулкана из-под земли доносятся различные звуки, которые не могут не насторожить людей. ...Складывается впечатление, что лава накрыла их раньше, чем какие-либо звуки дошли до них. ...Но кто способен сотворить такое? Это может сделать только Всевышний. ... Не следует и нам забывать о гибели Помпеи, ведь подобное наказание может постигнуть и наши города, ставшие источником разврата.

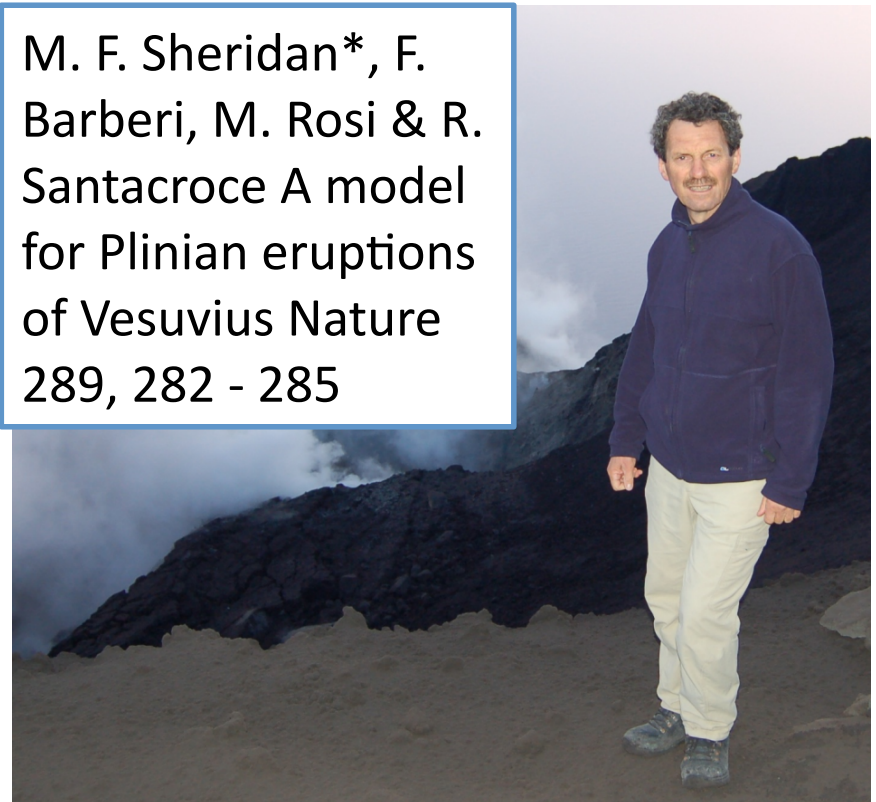
Усиление извержения Везувия, 79 г. н.э.



Геологическая интерпретация



M. F. Sheridan*, F. Barberi, M. Rosi & R. Santacroce A model for Plinian eruptions of Vesuvius Nature 289, 282 - 285



Итак:

- «Кирпичики модели»: растворимость газа, нуклеация, фрагментация, запираение.
- Простейшая модель
- Влияние утока газа, переход между режимами извержения
- Развитие взрывного извержения в результате обрушения купола
- Фреатомагматические извержения