

## Модели экструзивных извержений (23.03.2010).

- Циклические режимы роста лавовых куполов.
- Кинетика кристаллизации магмы, вызванная дегазацией.
- Распределение кристаллов по размерам
- Модель с кусочно-постоянной вязкостью. Стационарное решение. Неустойчивость. Выход на стационар и циклический процесс.
- Оценка параметров вулканических систем на основе данных расчетов. Методы Монте-Карло
- Учет нелинейной реологии магмы и кинетики кристаллизации.

**МЕЛЬНИК ОЛЕГ ЭДУАРДОВИЧ**

ТЕЛ 939-5476, EMAIL: [MELNIK@IMEC.MSU.RU](mailto:MELNIK@IMEC.MSU.RU)

Страница курса в Интернете:

[http://wiki.web.ru/wiki/Геологический\\_факультет\\_МГУ:Вулканология](http://wiki.web.ru/wiki/Геологический_факультет_МГУ:Вулканология)



Blaise Pascal



Barry Voight

**ОТ ПОРТРЕТОВ К ФОТОГРАФИЯМ**



# Рост лавовых куполов

Цикличность, немонотонность,  
паузы

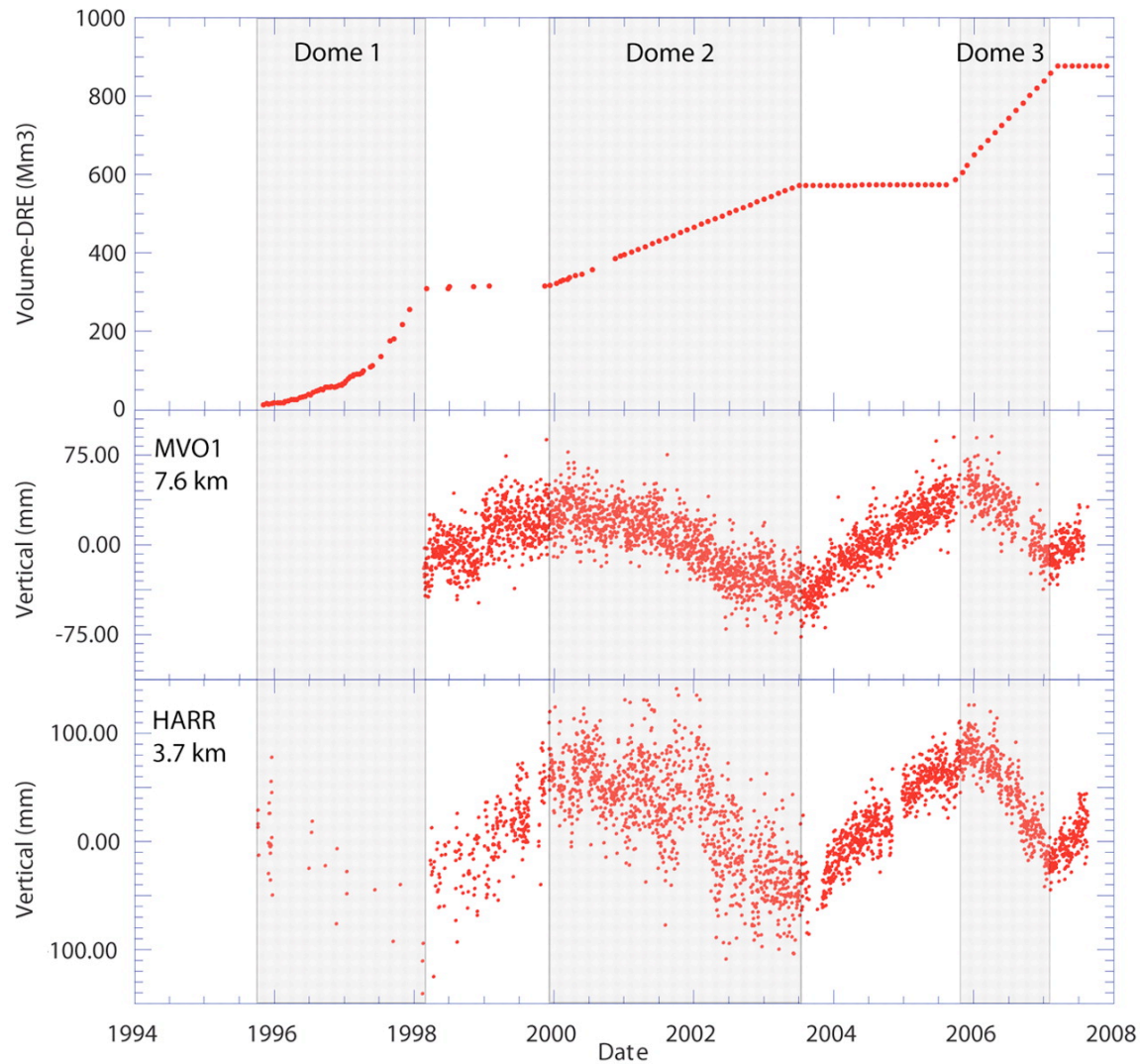
Данные полевых наблюдений

# Циклические режимы (SHV)

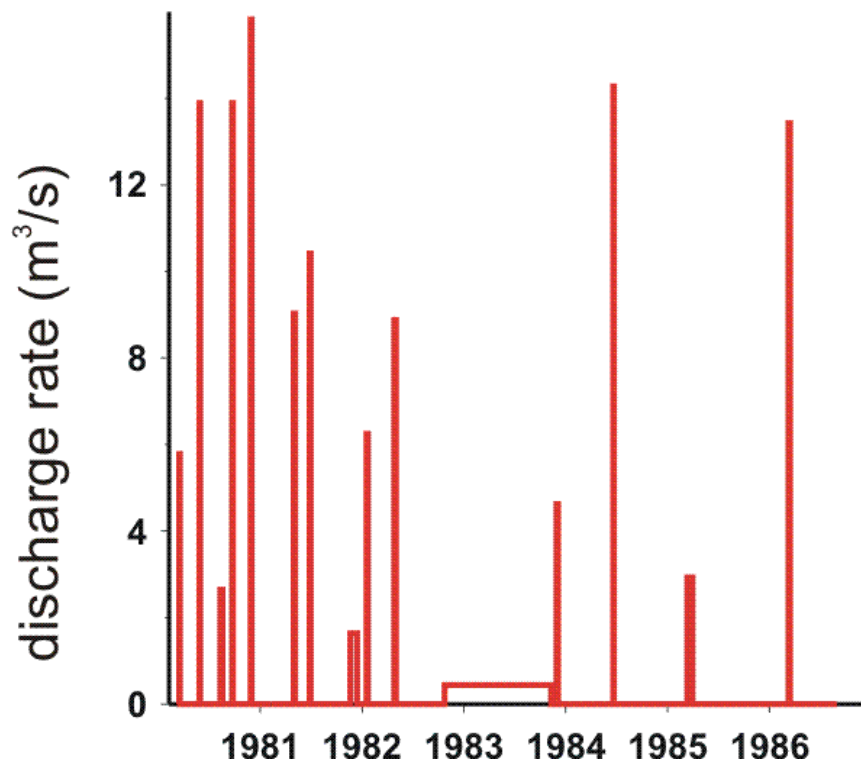
- Короткопериодные (часы, дни)
  - Угломерные измерения
  - Сейсмические данные
- Длиннопериодные (2-3 года)
  - Рост купола
  - Паузы в извержениях
  - Деформации поверхности (опускание во время роста, поднятие при паузах)
- Промежуточные (5-7 недель)
  - Быстрое изменение скорости роста купола
  - Сейсмические события и пирокластические потоки
  - Угловые измерения



# Объем купола и деформации поверхности на SHV



# Mount St. Helens (1980-1987)



3 периода роста купола;

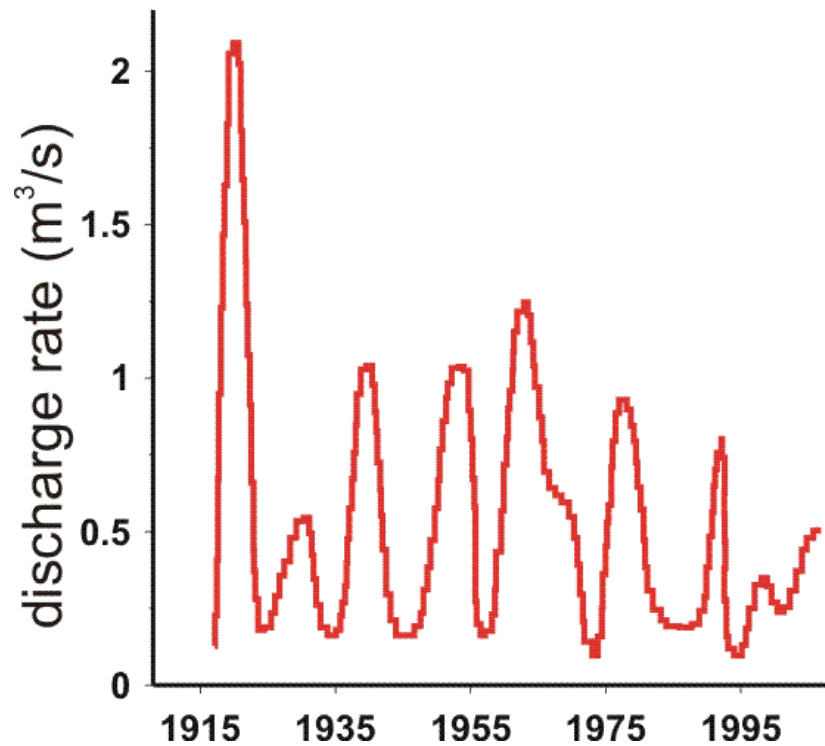
I - 8 всплесков  $5-15 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{\text{av}}=0.67 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

II - постоянный,  $Q_{\text{av}}=0.48 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$

III- 4 всплеска  $5-15 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{\text{av}}=0.23 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$



# Santiaguito (1922-2010-?)



Циклы: 8 с 1922 г.

Интенс. ( $0.5-2.1\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$ ): 3-6-лет

Слабый ( $0.2\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$ ): 3-11-лет

Средний расход:  $\sim 0.44\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$



# Экструзивный режим извержения



Медленный подъем  
(0.1-30 мм/с)

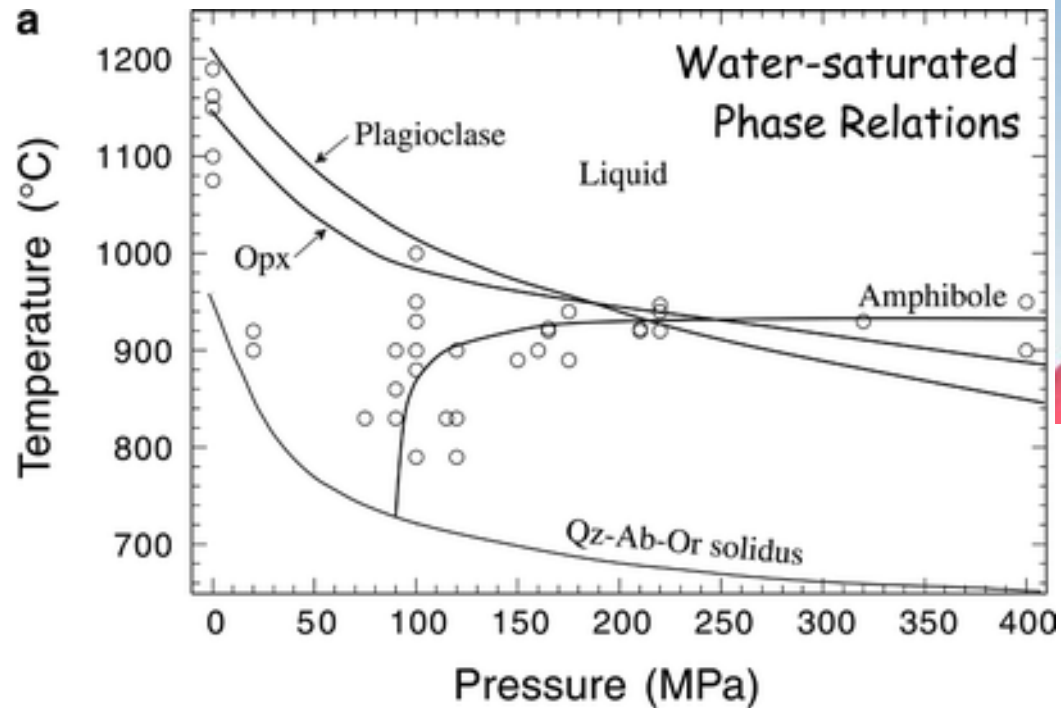


- ❖ Кристаллизация магмы при подъеме приводит к росту вязкости
- ❖ Слияние пузырьков и фильтрация газа через них
- ❖ Подпитка очага в процессе извержения свежей магмой

# **КИНЕТИКА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ МАГМЫ**



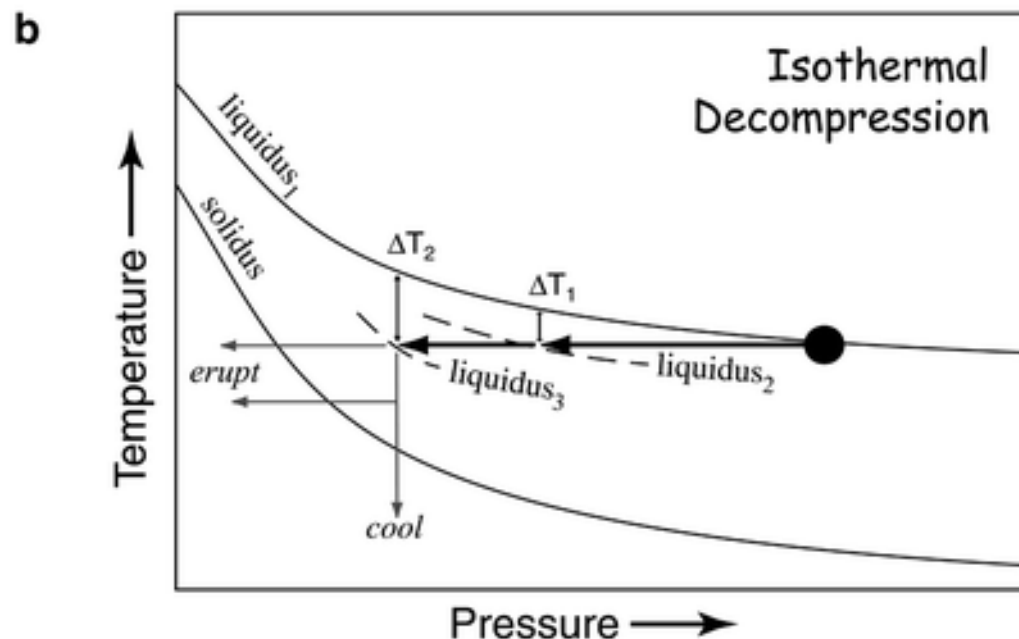
## Пример фазовой диаграммы вулкана Маунт Сент Хеленс

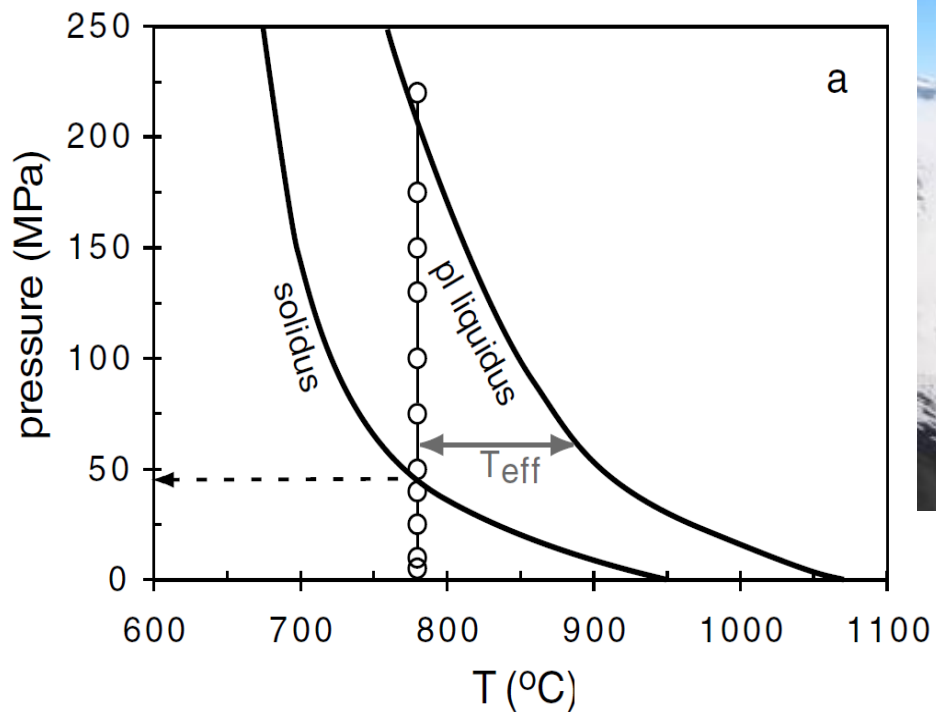


Jon Blundy, Kathy Cashman (2001)  
Ascent-driven crystallisation of dacite magmas at Mount St Helens, 1980-1986.  
Contrib Mineral and Petrol V 140( 6)

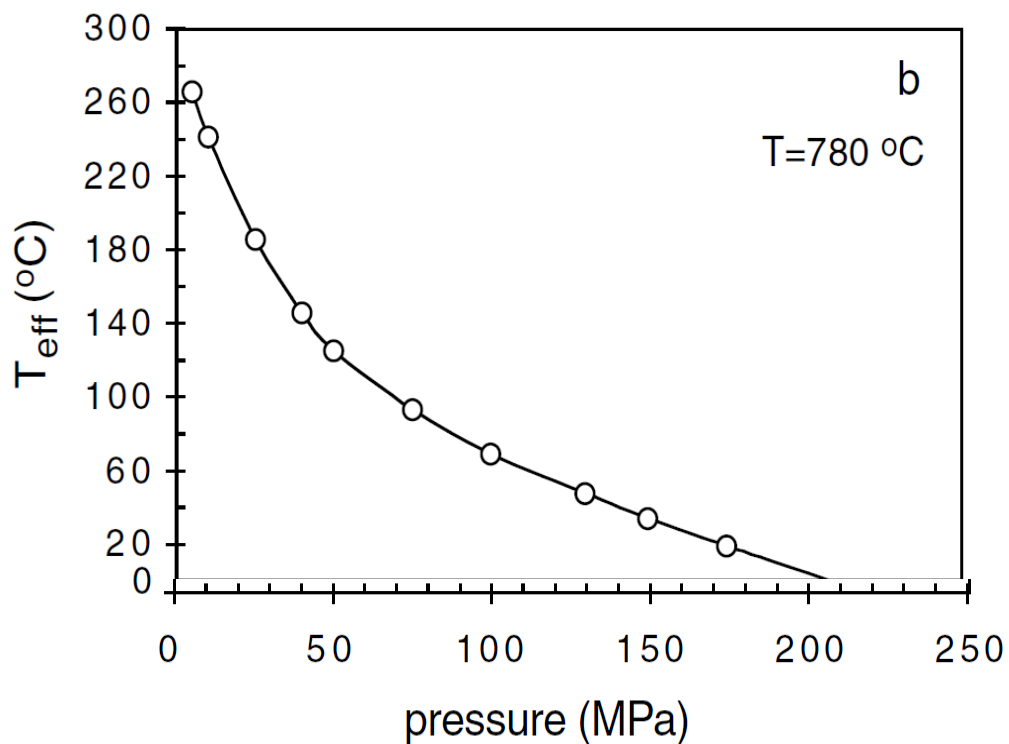
**При подъеме магмы за счет падения давления происходит эффективное переохлаждение расплава и его кристаллизация.**

**Температура может оставаться постоянной!  
Или даже расти**

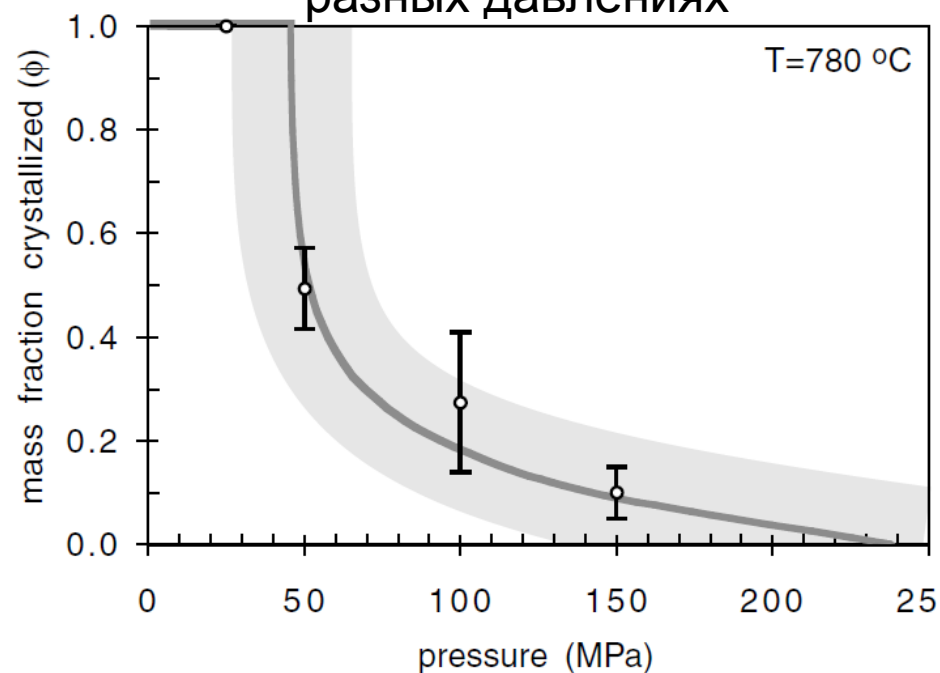


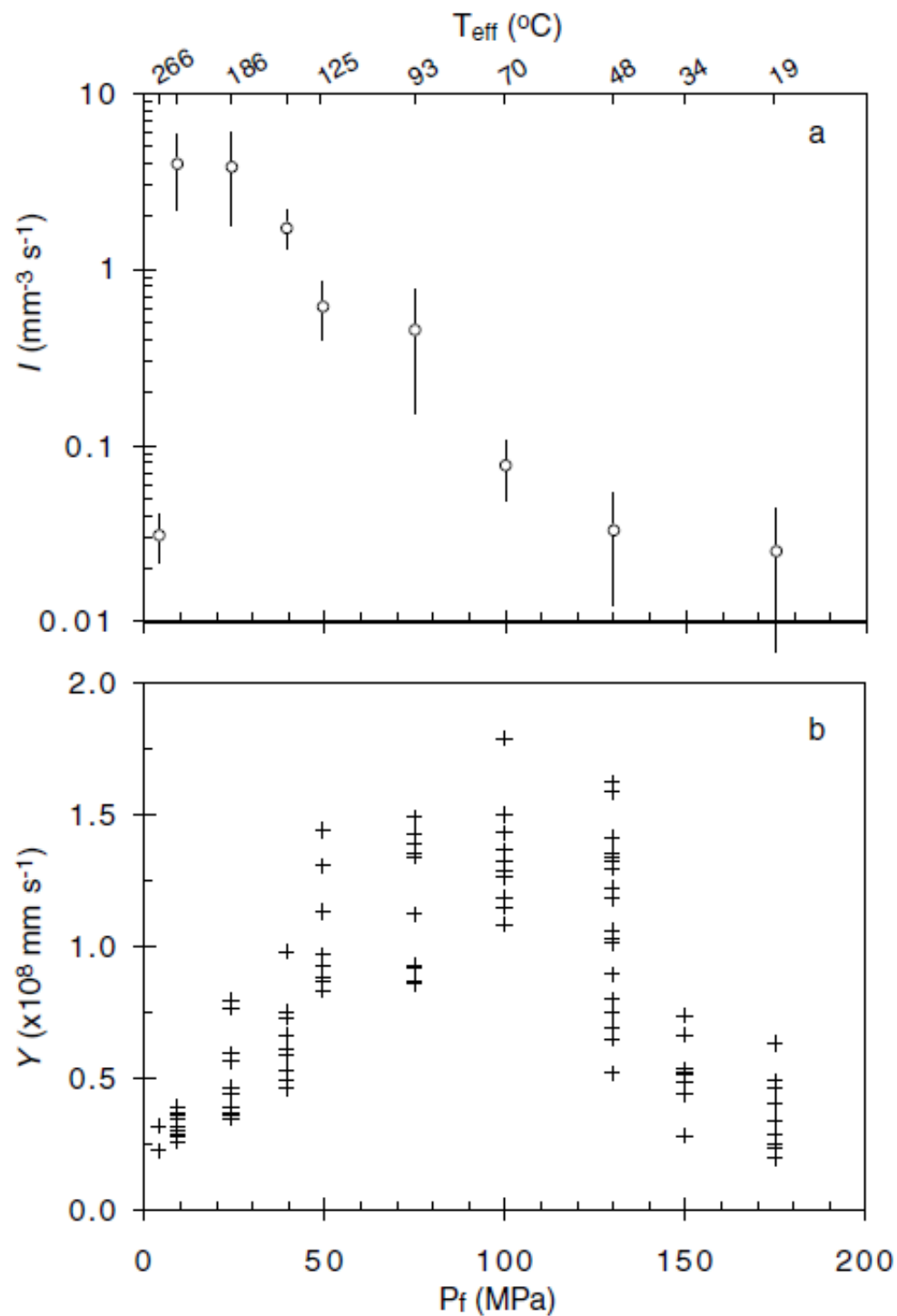


**Hammer, JE, and Rutherford, MJ (2002)** An experimental study of decompression-induced crystallization in silicic melt. *J. Geophys. Res.* 107 (B1), 8-1 - 8-24.



Равновесная доля кристаллов при разных давлениях

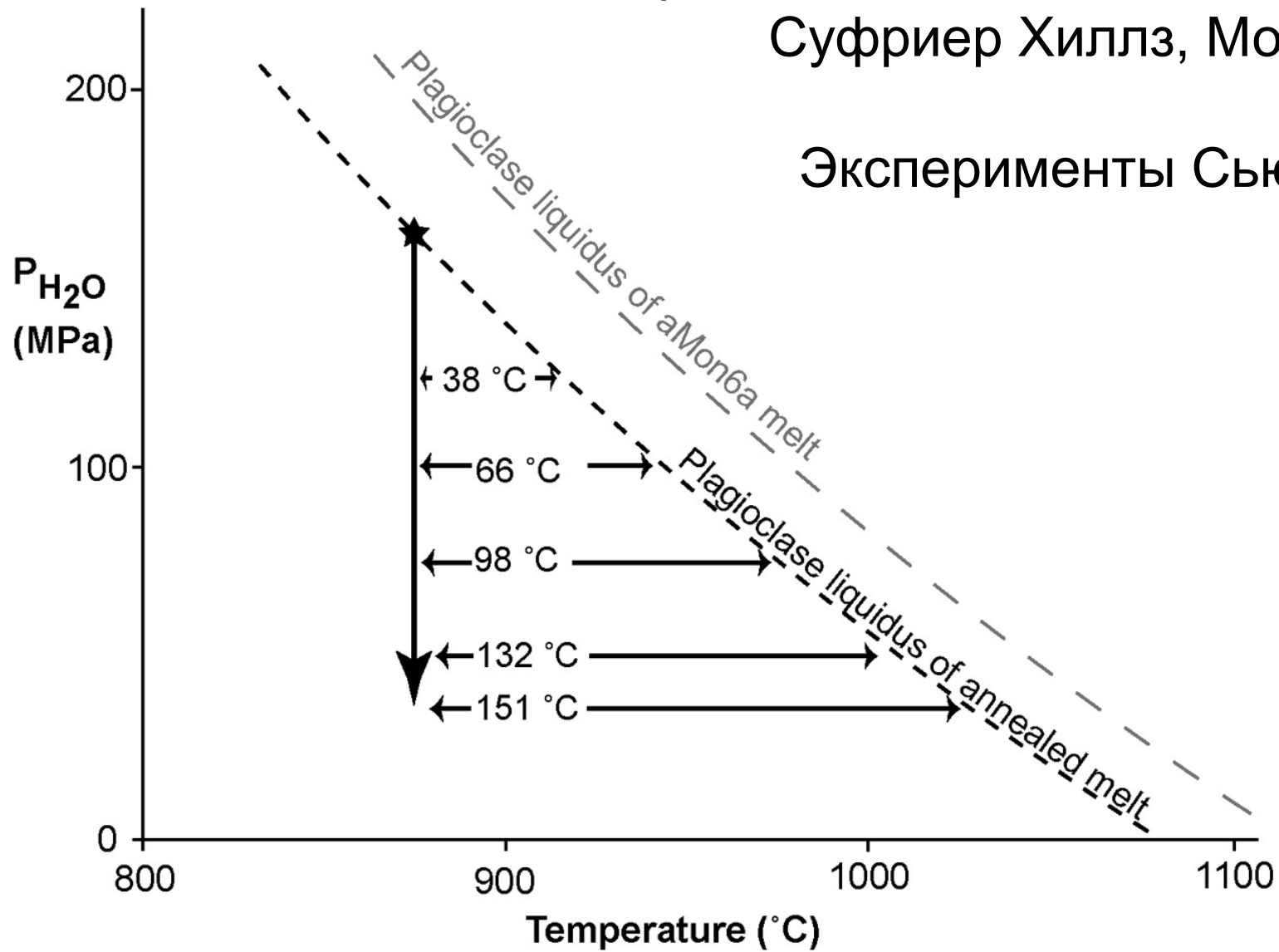




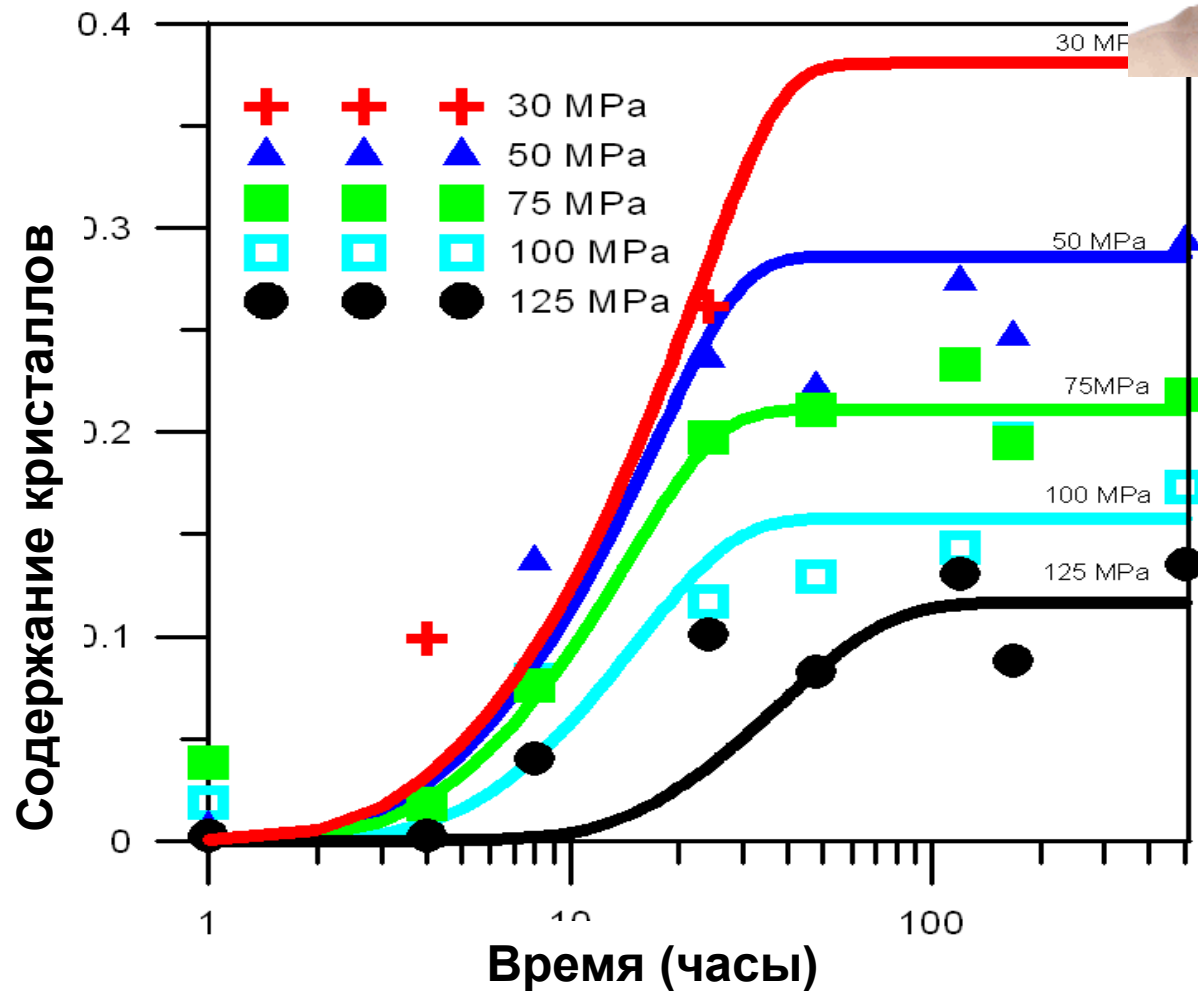
Скорость роста и нуклеации кристаллов в зависимости от эффективного переохлаждения магмы

Скорости нуклеации и роста имеют максимумы при определенных переохлаждениях.

Кристаллизация магмы на вулкане  
Суффриер Хиллз, Монтсеррат,  
Эксперименты Сюзан Коуч

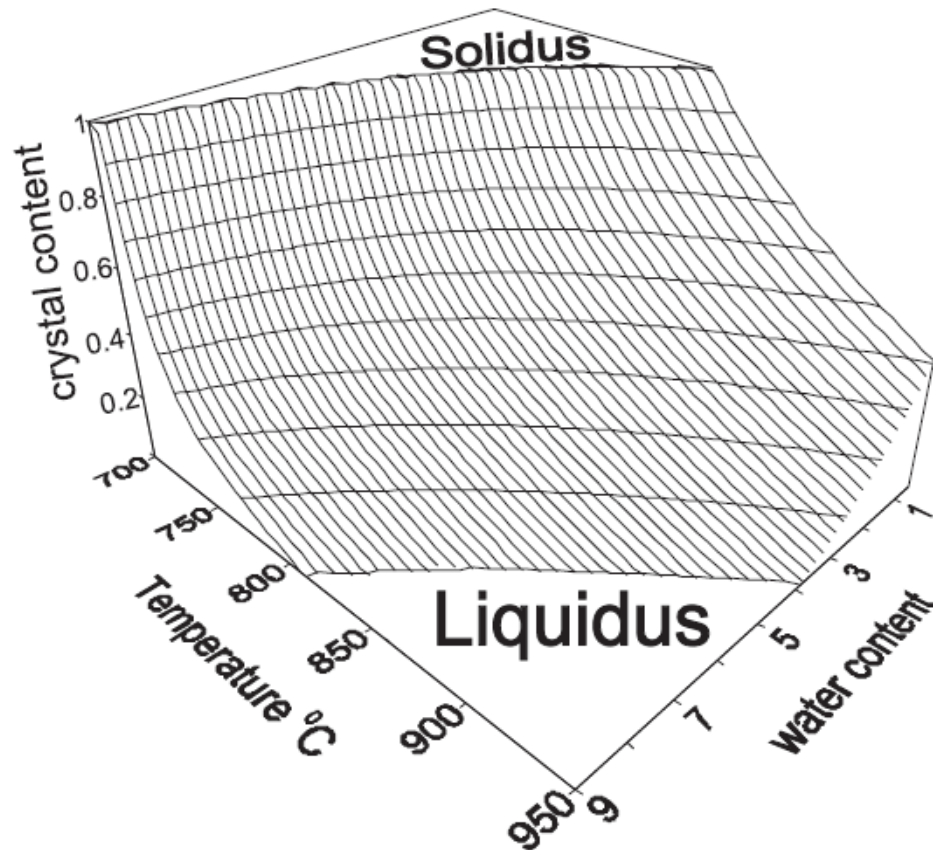


# Обработка О. Мельника



Melnik, OE & Sparks, RSJ.  
'Controls on conduit magma  
flow dynamics during lava  
dome building', *Journal of  
Geophysical Research: Solid  
Earth*, **110 (2) B02209**, (pp.  
1-21), 2005.

# Как я это сделал?



$$\beta_{eq}(p, T) = \frac{A(p)(T - T_{liq}(p))}{B(p) - T}.$$

## Шаг 1.

Найти равновесную концентрацию кристаллов как функцию давления ( $P_{H_2O}$ ) и температуры  
Имеется:

$$\beta_{eq}(p, T_{exp}) = f(p, T_{exp})$$

$$\beta_{eq}(p, T_{sol}(p)) = 1$$

$$\beta_{eq}(p, T_{liq}(p)) = 0$$



## Шаг 2. Определение эффективной температуры плавления

$$T_m = (T_{liq} - T)\Omega + T$$

$$\Omega = 1 - \beta/\beta_{eq}$$

Когда концентрация кристаллов равна  $b = 0$   $\rightarrow T_m = T_{liq}$

Когда  $b = b_{eq}$   $\rightarrow T_m = T$ , то есть переохлаждение отсутствует

# Шаг 3. Введение скорости роста и нуклеации как функции переохлаждения

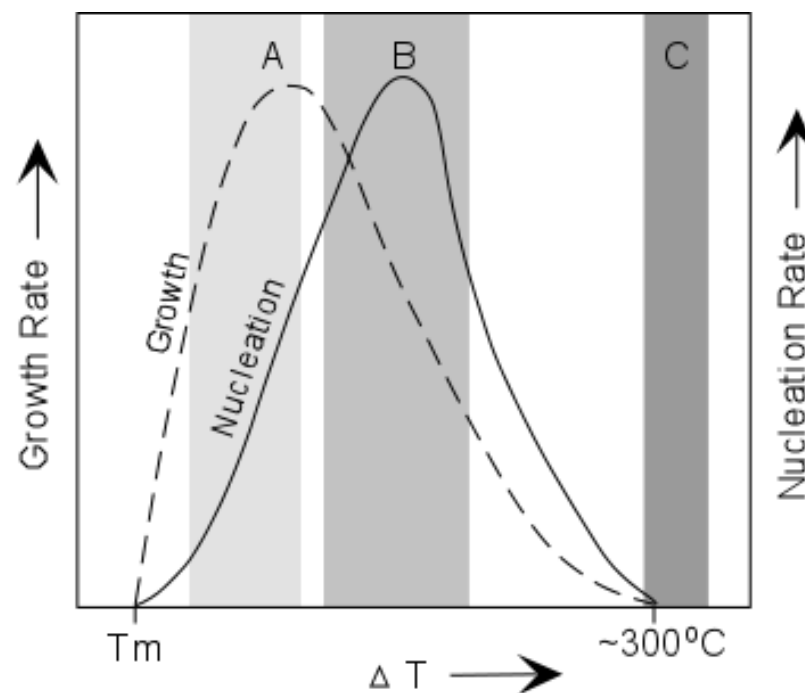


$$I(T) = I_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta G_c}{RT}\right); \quad \Delta G_c = \frac{16}{3} \pi \frac{\Sigma^3}{\Delta h_v^2} \frac{T_m^2}{T_m - T}$$

$$U(T) = U_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta h_v(T_m - T)}{RT_m T}\right)\right] \quad (5)$$

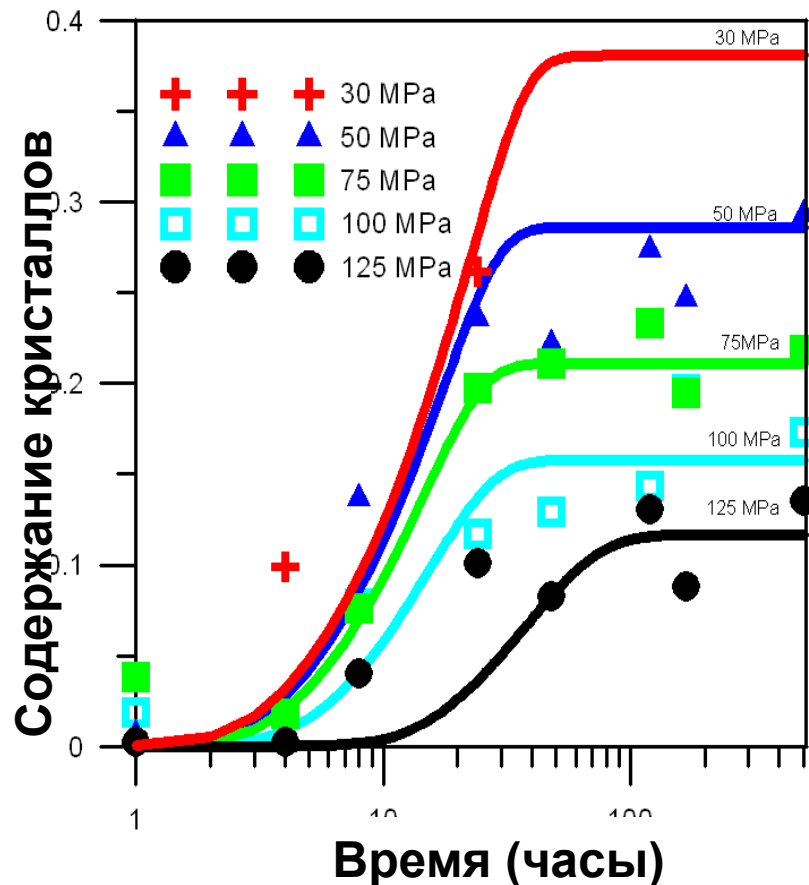
Hort, M., 1998. Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma, *J. Petrol.*, 39, 1063–1076.

I – скорость нуклеации (1/m<sup>3</sup>/s)  
 U – скорость роста кристаллов (m/s)



# Шаг 4. Моделирование кристаллизации

$$\rho_c^0 \frac{d\beta}{dt} = G = 3\sigma\rho_m^0 U(t) \int_0^t I(\omega) \left( \int_{\omega}^t U(\eta) d\eta \right)^2 d\omega$$



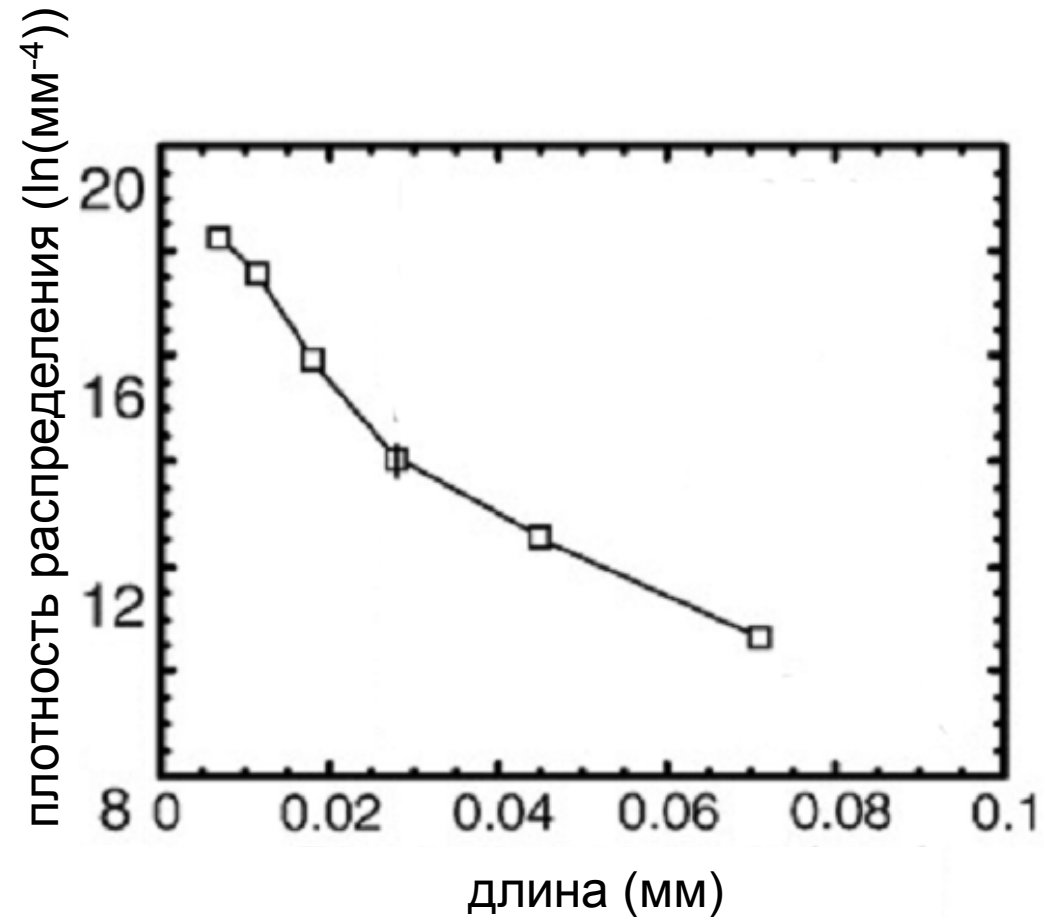
Площадь поверхности всех кристаллов, зародившихся от  $t = 0$  до  $t$

# Распределение кристаллов по размерам (CSD)



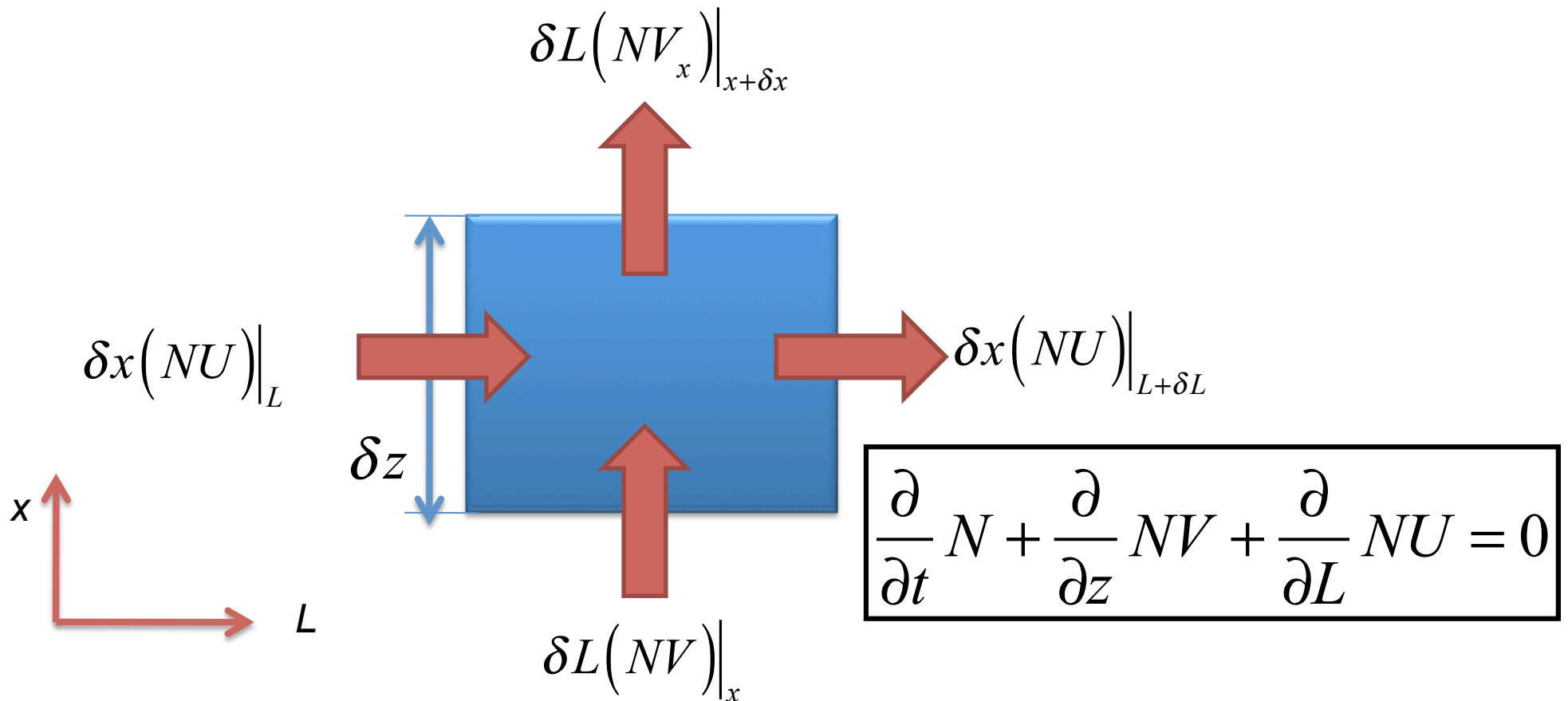
Пример шлифа

$$n(L) = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta N(L, L + \Delta L)}{\Delta L} = \frac{dN}{dL}$$



# Эволюция распределения

- Изменение числа кристаллов данного диапазона размеров в данной точке = приток извне + рост кристаллов  $\delta x \delta L \frac{\partial}{\partial t} (N(t, x, L))$



# Эволюция распределения

$$\frac{\partial}{\partial t} N(t, x, L) + \frac{\partial}{\partial x} N(t, x, L)V + \frac{\partial}{\partial L} N(t, x, L)U = 0$$

Продифференцируем по  $L$

$$\frac{\partial}{\partial L} \Downarrow$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n(t, x, L) + \frac{\partial}{\partial x} n(t, x, L)V + \frac{\partial}{\partial L} n(t, x, L)U = 0$$

$U(z)$  – скорость роста кристаллов

$J(z)$  – скорость нуклеации кристаллов

$V(z)$  – скорость подъема магмы.

$x$ - вертикальная координата,

# Граничные и начальные условия

$L=0$  – образование зародышей

$$\frac{d}{dt} N \Big|_{L=0} = J; \left( \frac{dN(L(t))}{dt} = \frac{dN}{dL} \frac{dL}{dt} = Un \right) \Leftrightarrow n(x, L=0) = \frac{J(z)}{U(z)};$$

$x=0$  – на поверхности

$$n(t, x=0, L) = n_{top}(t, L)$$

$t=0$  – в начальный момент времени

$$n(t=0, x, L) = n_0(x, L)$$

Стационарный случай,  
постоянные скорости роста  
кристаллов и подъема магмы

$$\frac{\partial}{\partial x} n(x, L) + \frac{U}{V} \frac{\partial}{\partial L} n(x, L) = 0$$

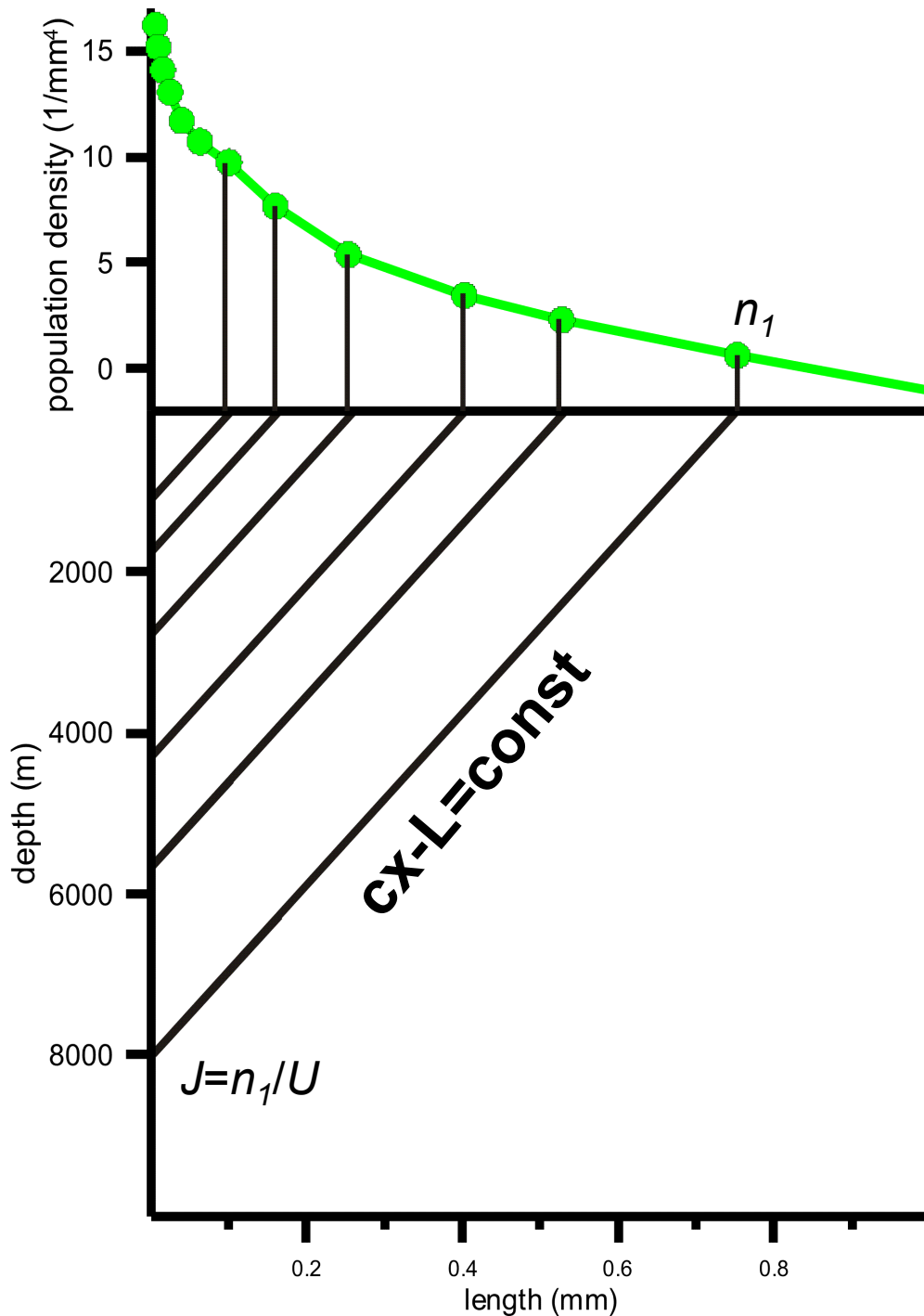
**Общее решение**

$$n(x, L) = f(cx - L) = f(\xi); \quad c = \frac{U}{V}$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = f'(\xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} = f'(\xi) c$$

$$\frac{\partial n}{\partial L} = f'(\xi) \frac{\partial \xi}{\partial L} = -f'(\xi)$$





По распределению кристаллов по размерам можно найти распределение скорости нуклеации по глубине канала!

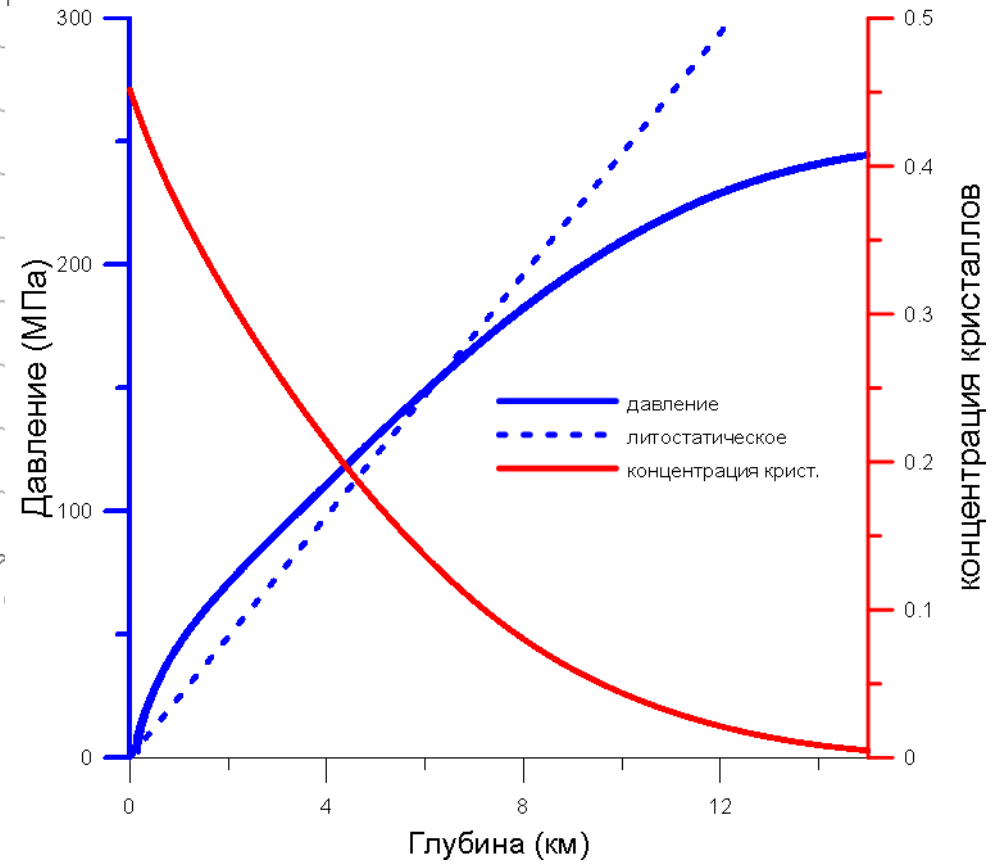
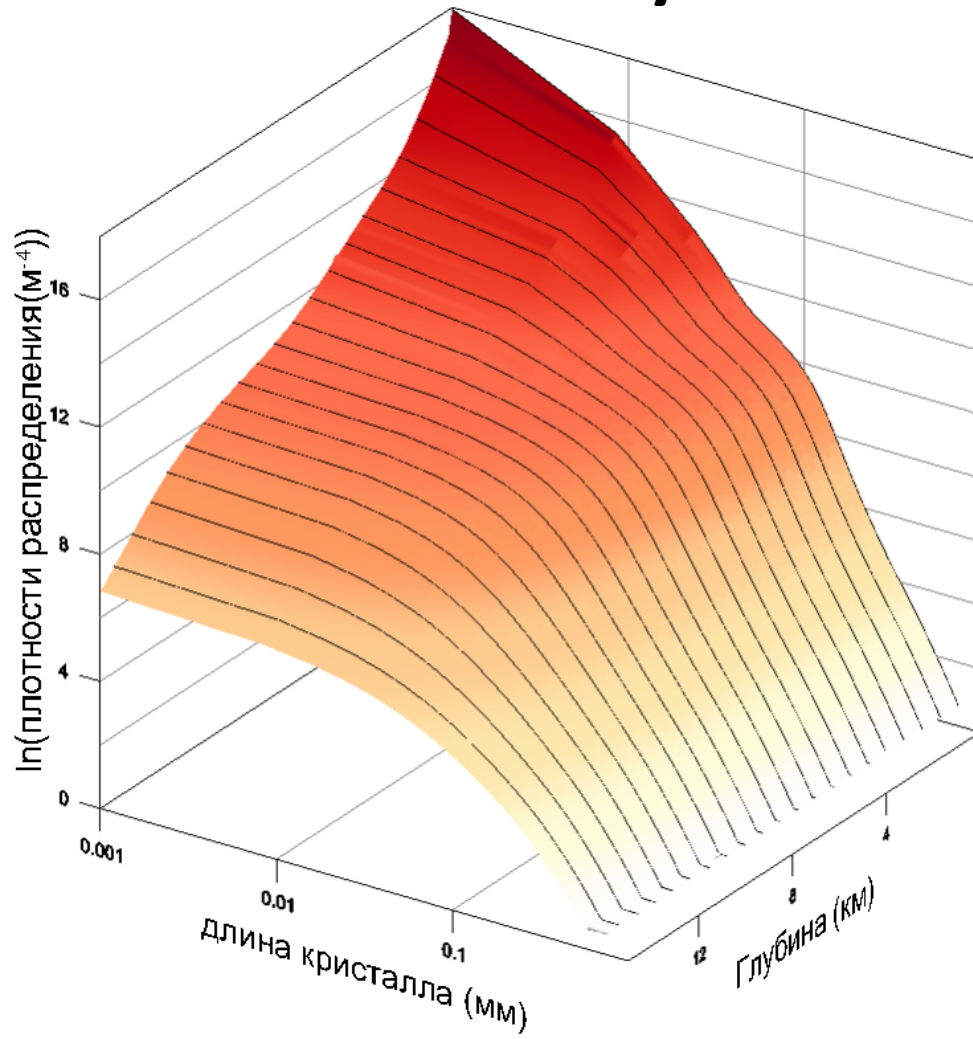
$J(x)$  известно

Мы знаем, что  $J(T, P, \beta)$

$$\beta = \sigma \int_0^{L_{\max}} n(l) l^3 dl; \quad \sigma = \frac{S_c I_c}{L_c^2}$$

Если течение изотермическое  $T=const$ , можно найти  $P$

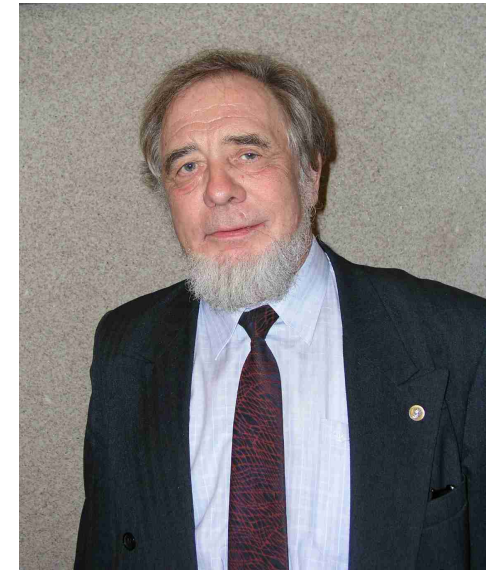
# Результаты расчетов



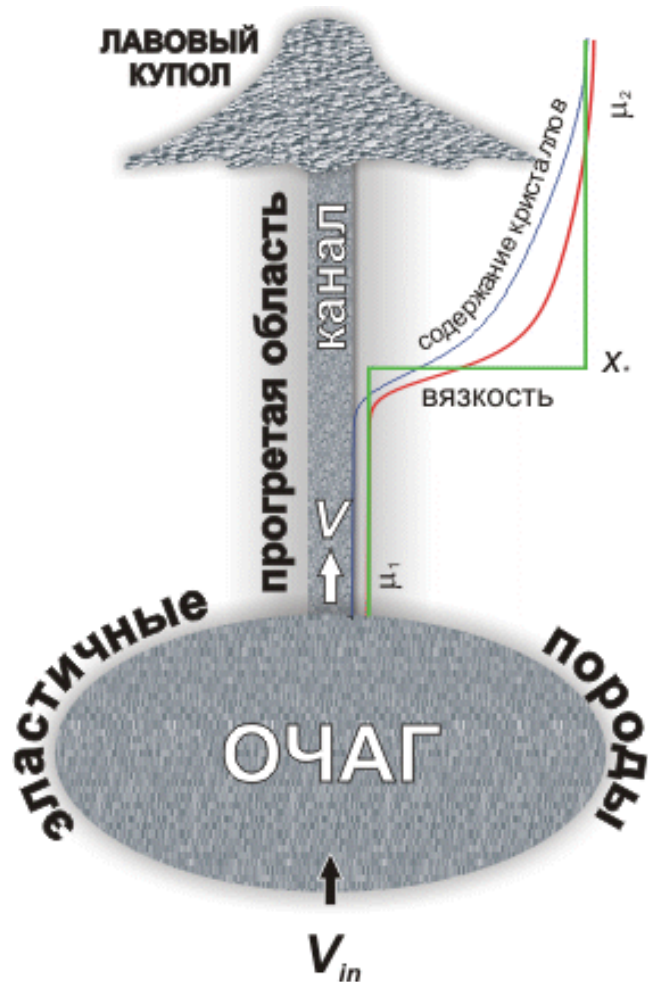
# Забудем о сложностях. На время

Простейшая модель подъема  
магмы с кристаллизацией.

# Простейшая модель

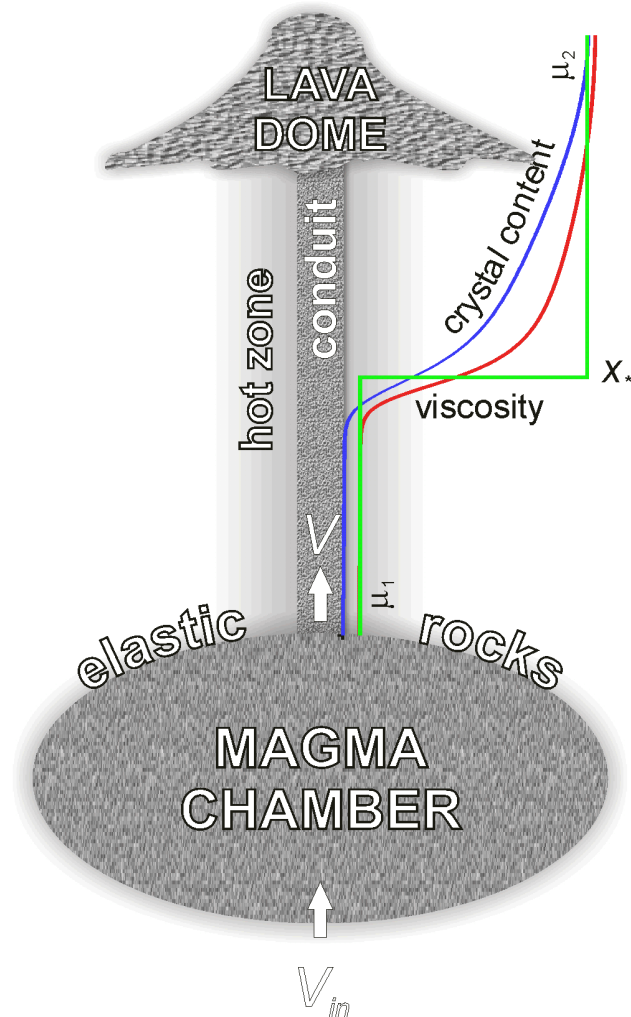


Barmin, A, Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Periodic behavior in lava dome eruptions', *Earth and Planetary Science Letters*, **199** (1-2), (pp. 173-184), 2002.



- ✓ **Магма - вязкая жидкость.**
- ✓ **Вязкость ступенчатая функция концентрации кристаллов.**
- ✓ **Канал цилиндрический.**
- ✓ **Очаг извержения находится в упругих породах и подпитывается с постоянным расходом.**

# Система уравнений



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho V = 0; \quad \rho = \rho_0 \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - \frac{32\mu V}{D^2}; \quad \mu = \begin{cases} \mu_1, & \beta < \beta_* \\ \mu_2, & \beta \geq \beta_* \end{cases}$$

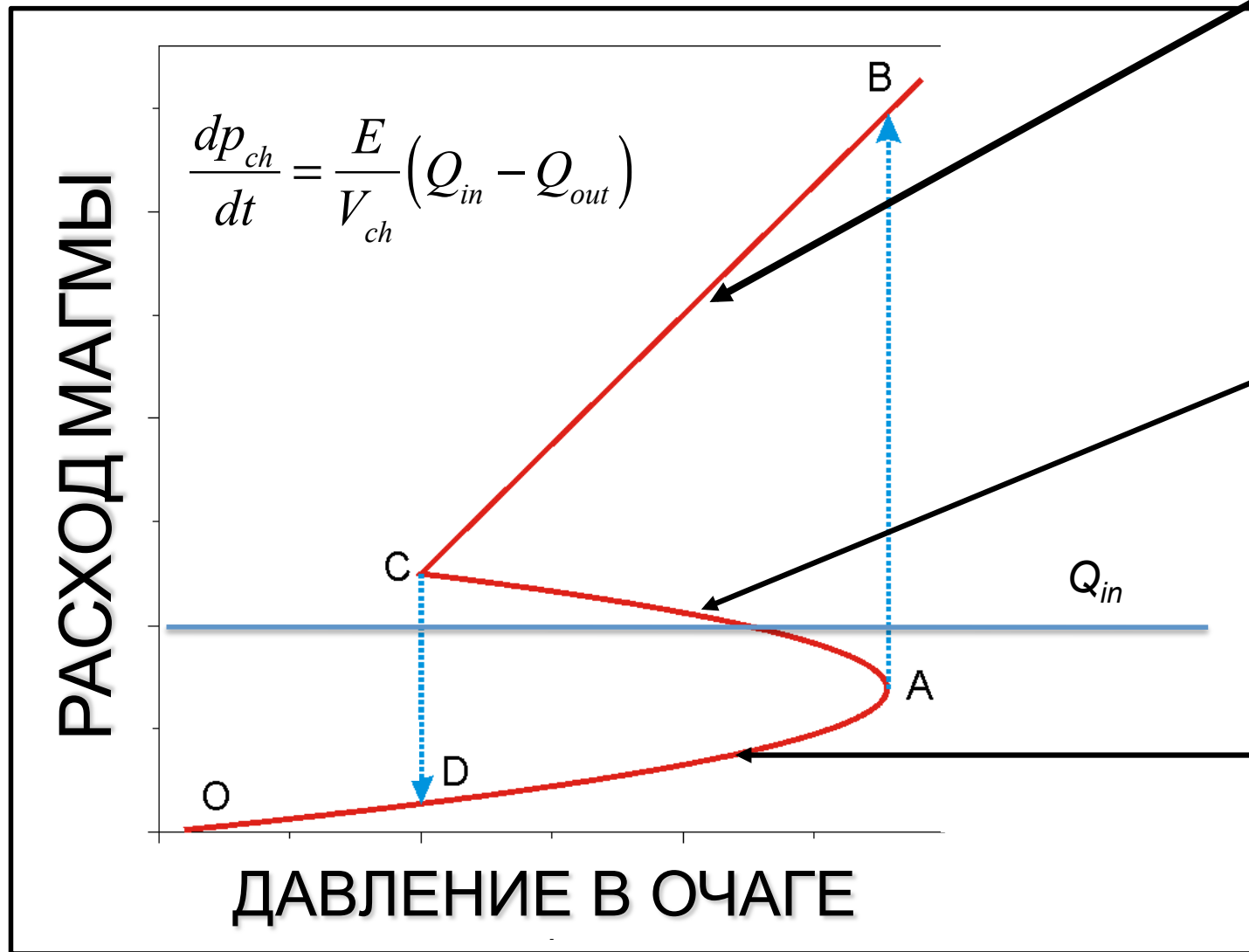
$$\frac{\partial}{\partial t} \beta + V \frac{\partial \beta}{\partial x} = U$$

Граничные условия

$$x = 0: \frac{dp_{ch}}{dt} = \frac{E}{V_{ch}} (Q_{in} - Q_{out}); \quad \beta = \beta_{ch}$$

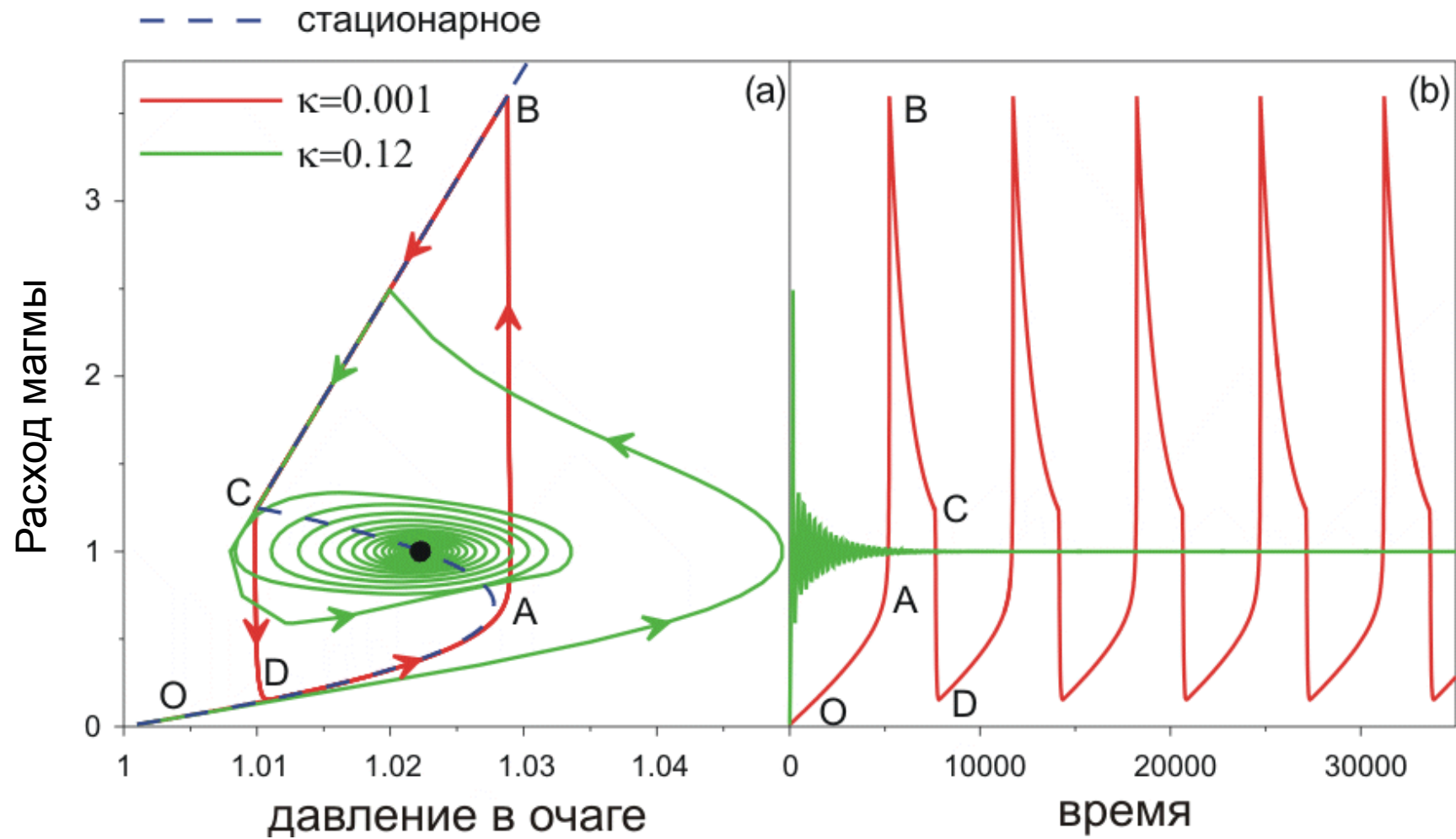
$$x = L: p = 0$$

# Стационарное решение

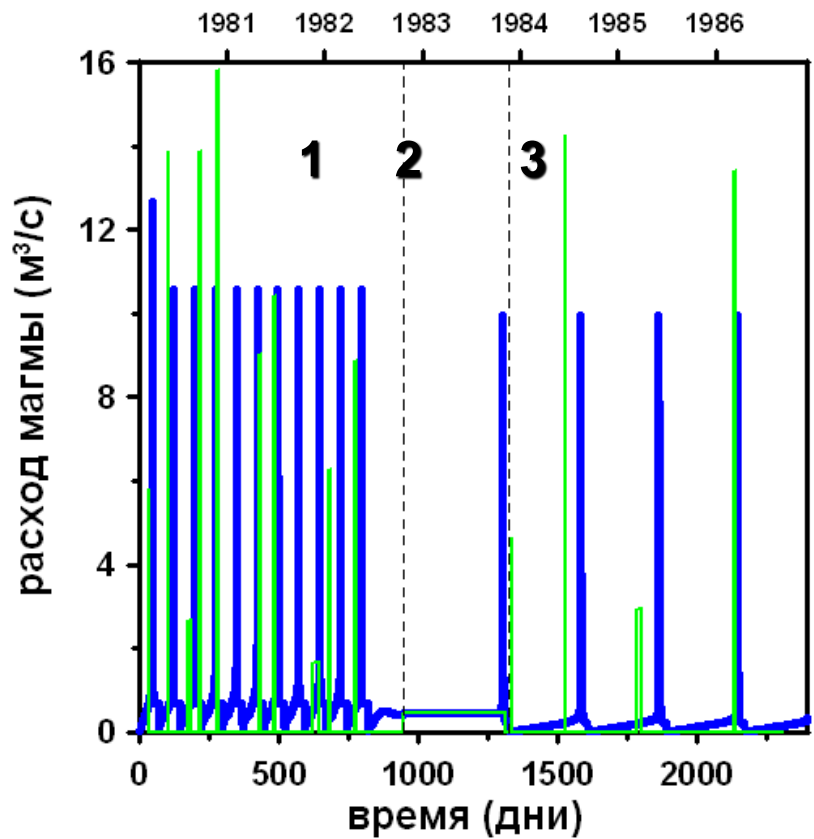


# Результаты расчетов по нестационарной модели

$$\frac{dP_{ch}}{dt} = \kappa (Q_{in} - Q_{out})$$



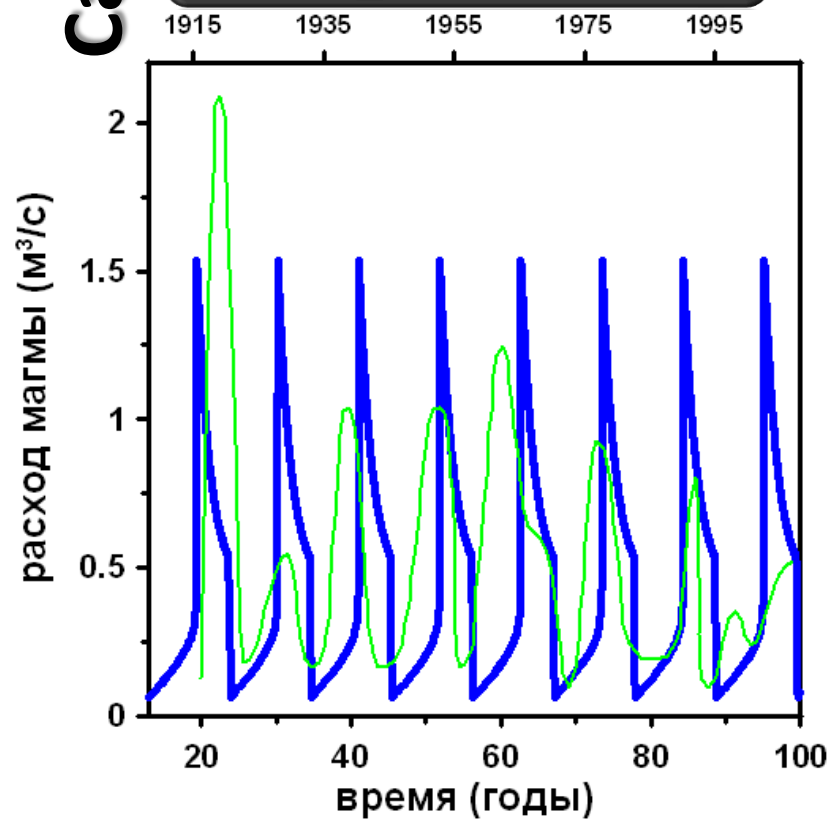
# Ст Хеленс



Расчет

Наблюдения

# Сантьяго





# Какие магмы могут извергаться?

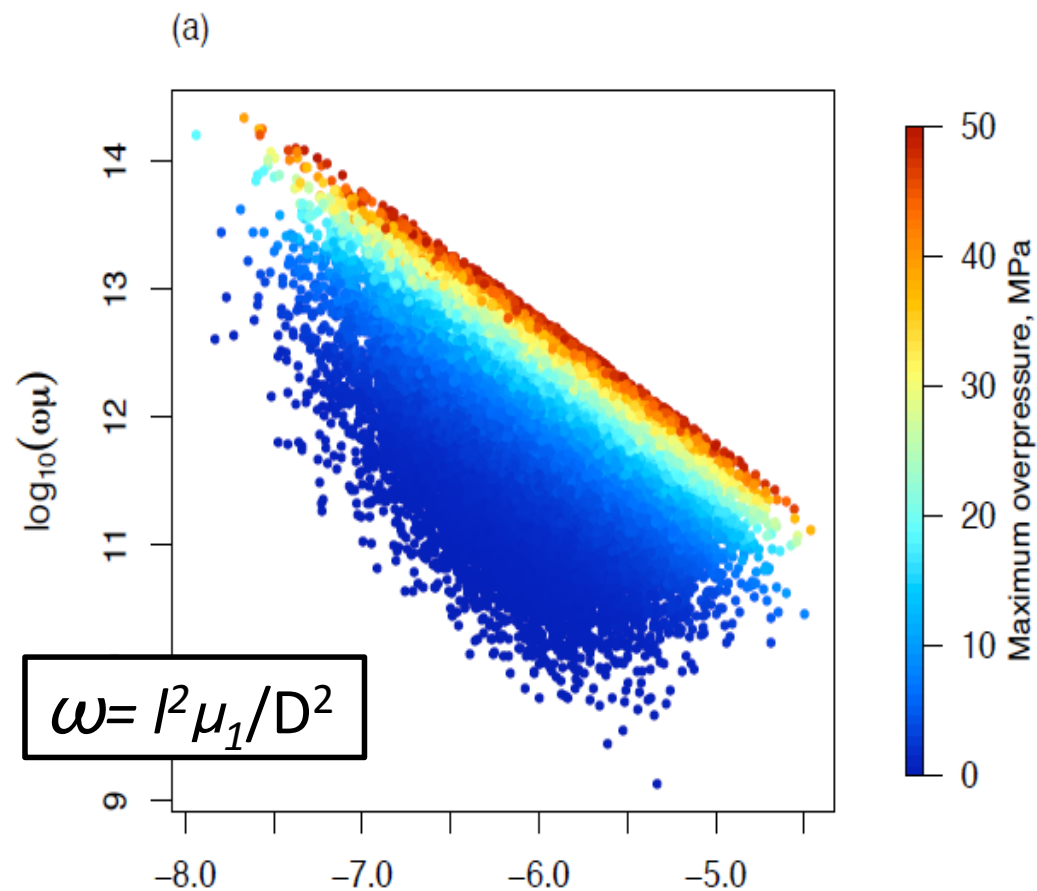
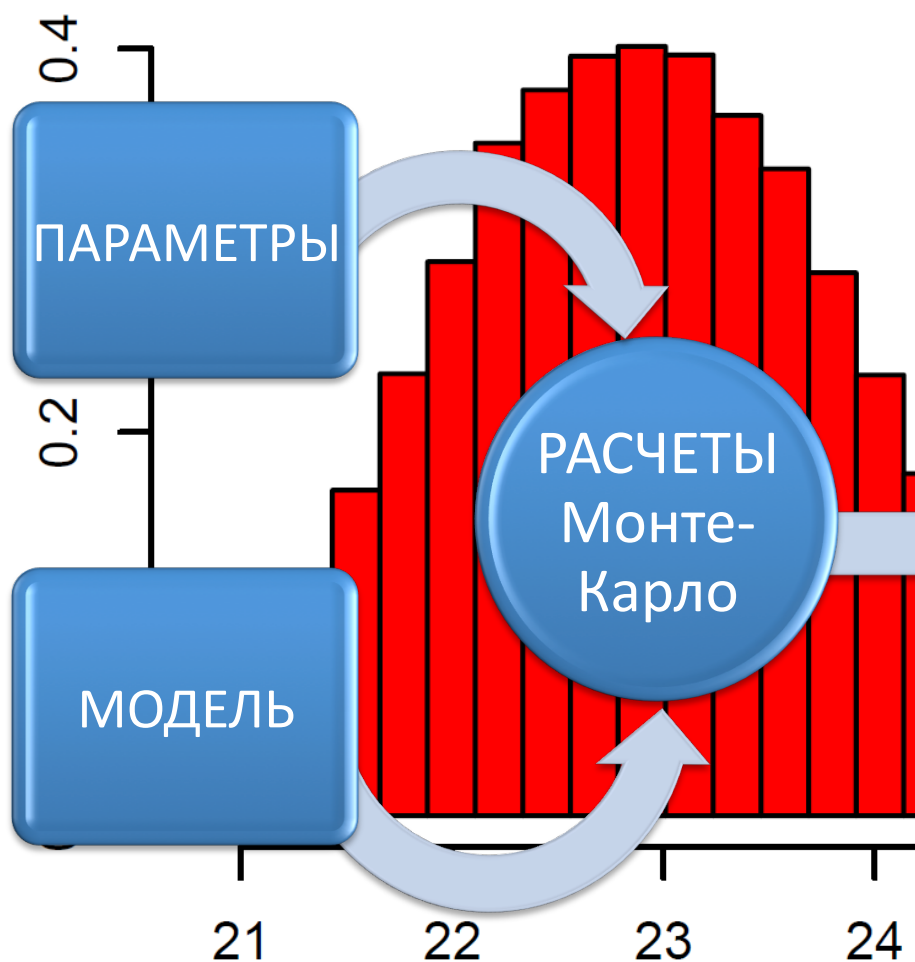
*As the crystallinity increases, it reaches a critical point of maximum packing around 50-60 % crystals where it becomes theoretically impossible to erupt.*

*Когда доля кристаллов увеличивается, она достигает критического значения максимально плотной упаковки около 50-60% кристаллов, тогда становится невозможным теоретически эту магму извергнуть.*

Marsh, B.D. 1981. On the crystallinity, probability of occurrence, and rheology of lava and magma. Contrib. Min. Pet., vol. 78, p. 85-98.



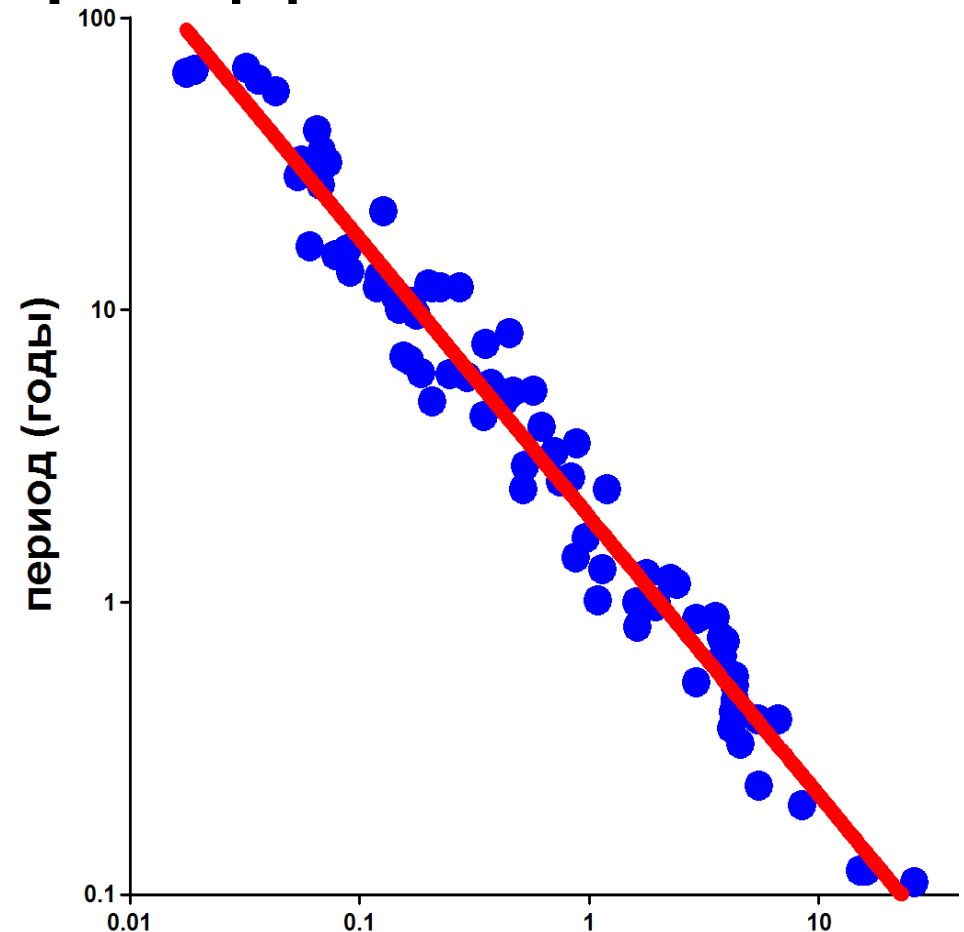
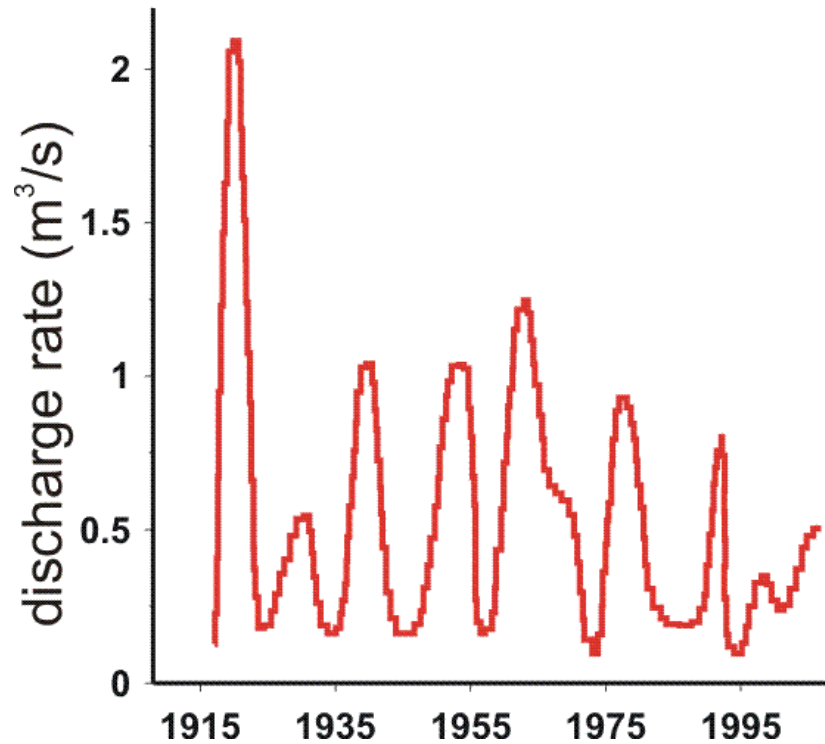
# А все-таки она извергается!



$$\log \left( \psi = \frac{(4 / 3\pi n_{ch})^{1/3} l \chi}{u_* (\beta_*^{1/3} - \beta_{ch}^{1/3})} \right)$$

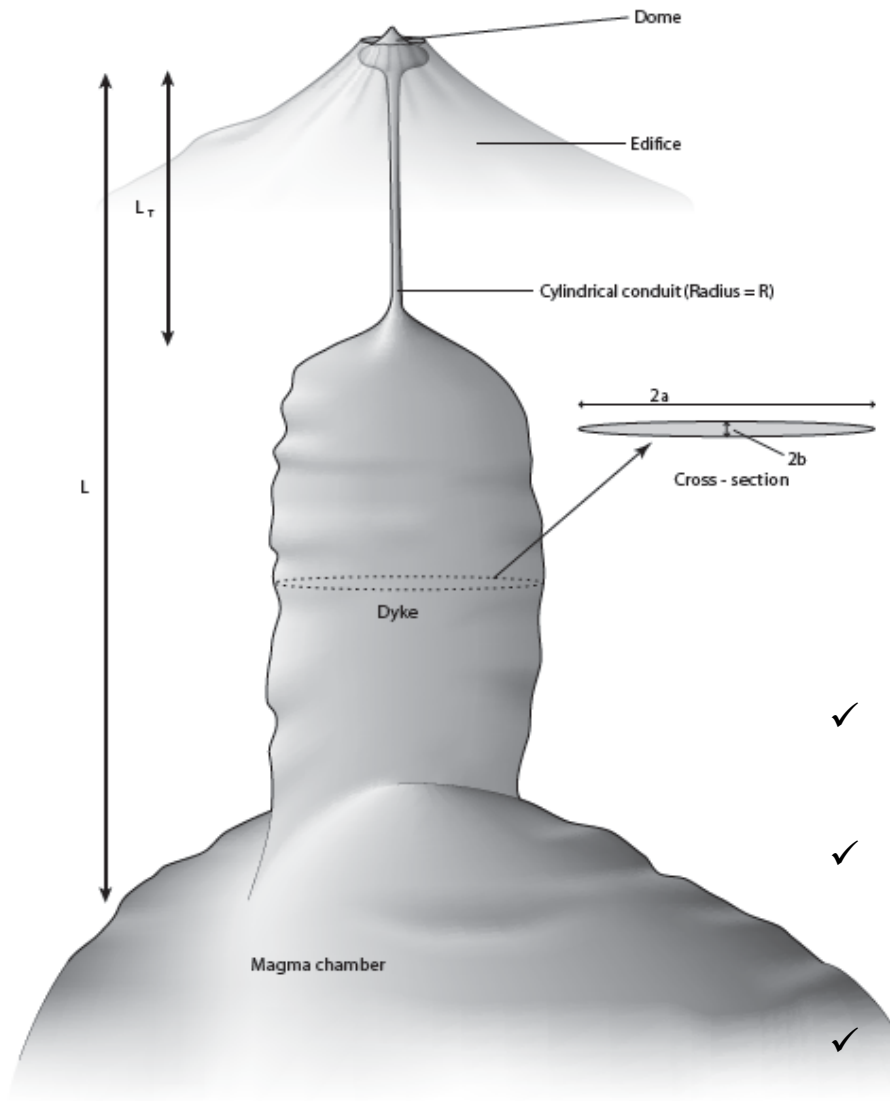


# Что определяет период колебаний?



$$\Theta = \frac{Q_{in} E}{V_{ch}}$$

# Развитие модели



- ✓ Реальная кинетика кристаллизации и дегазации
- ✓ Нелинейная реология
- ✓ Фильтрация газа сквозь магму
- ✓ Переменное поперечное сечение
- ✓ Упругие деформации пород

- ✓ Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Controls on conduit magma flow dynamics during lava dome building', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **110** (2), 1-21, 2005.
- ✓ Costa A., O. Melnik and R.S.J. Sparks. Controls of conduit geometry and wallrock elasticity on lava dome eruptions. *Earth and Planetary Science Letters*, Volume 260, Issues 1-2, 2007, Pages 137-151.
- ✓ Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Nonlinear dynamics of lava dome extrusion', *Nature*, 402, (pp. 37-41), 1999.

# Система уравнений

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_m) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_m V) = -G_{mc} - G_{ph} \quad (1)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_{mc}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_{mc} V) = G_{mc} \quad (2)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_{ph}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_{ph} V) = G_{ph} \quad (3)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_d) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_d V) = -J \quad (4)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho_g) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho_g V_g) = J \quad (5)$$

Сохранение  
массы

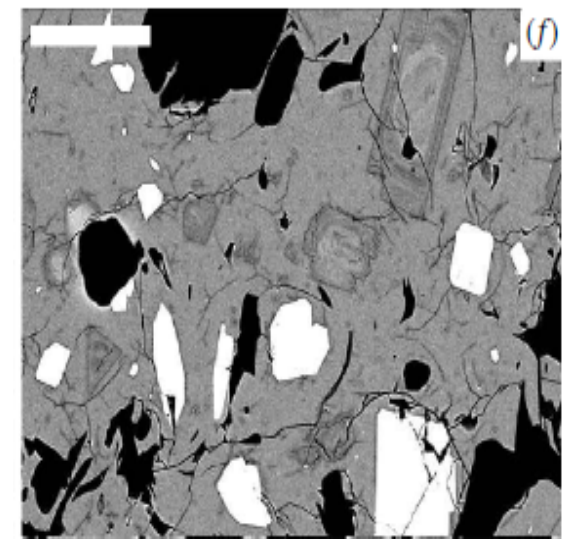
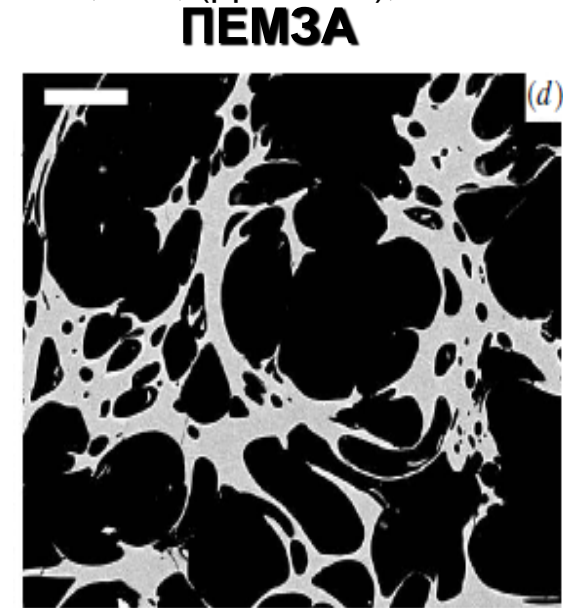
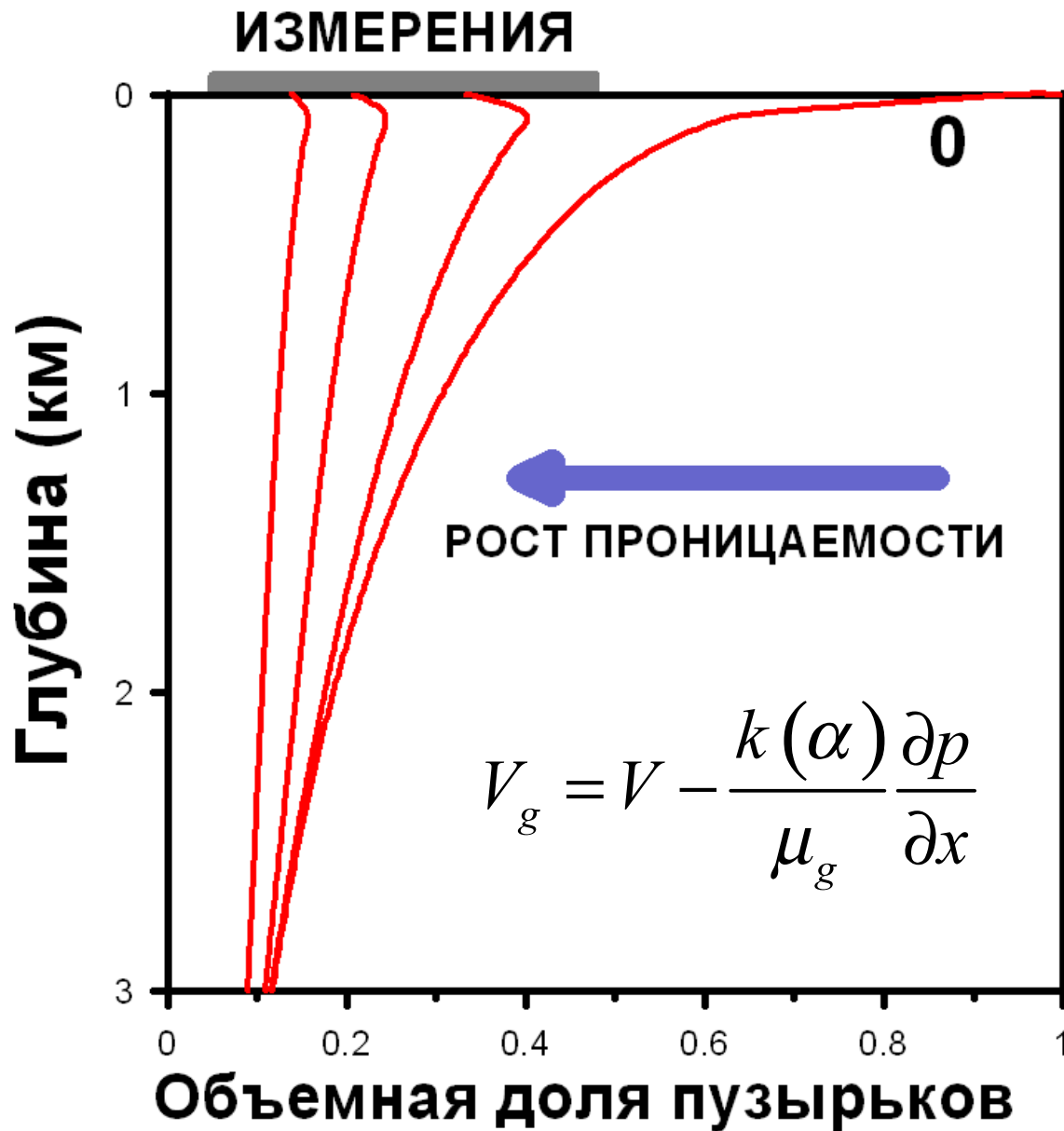
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - 4\mu \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} V \quad (6) \quad V_g - V = -\frac{k}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

$$\mu = \mu(c, T) \theta(\beta) \eta_r(\alpha, Ca)$$

Уравнения  
импульса

# Низкая пористость купола

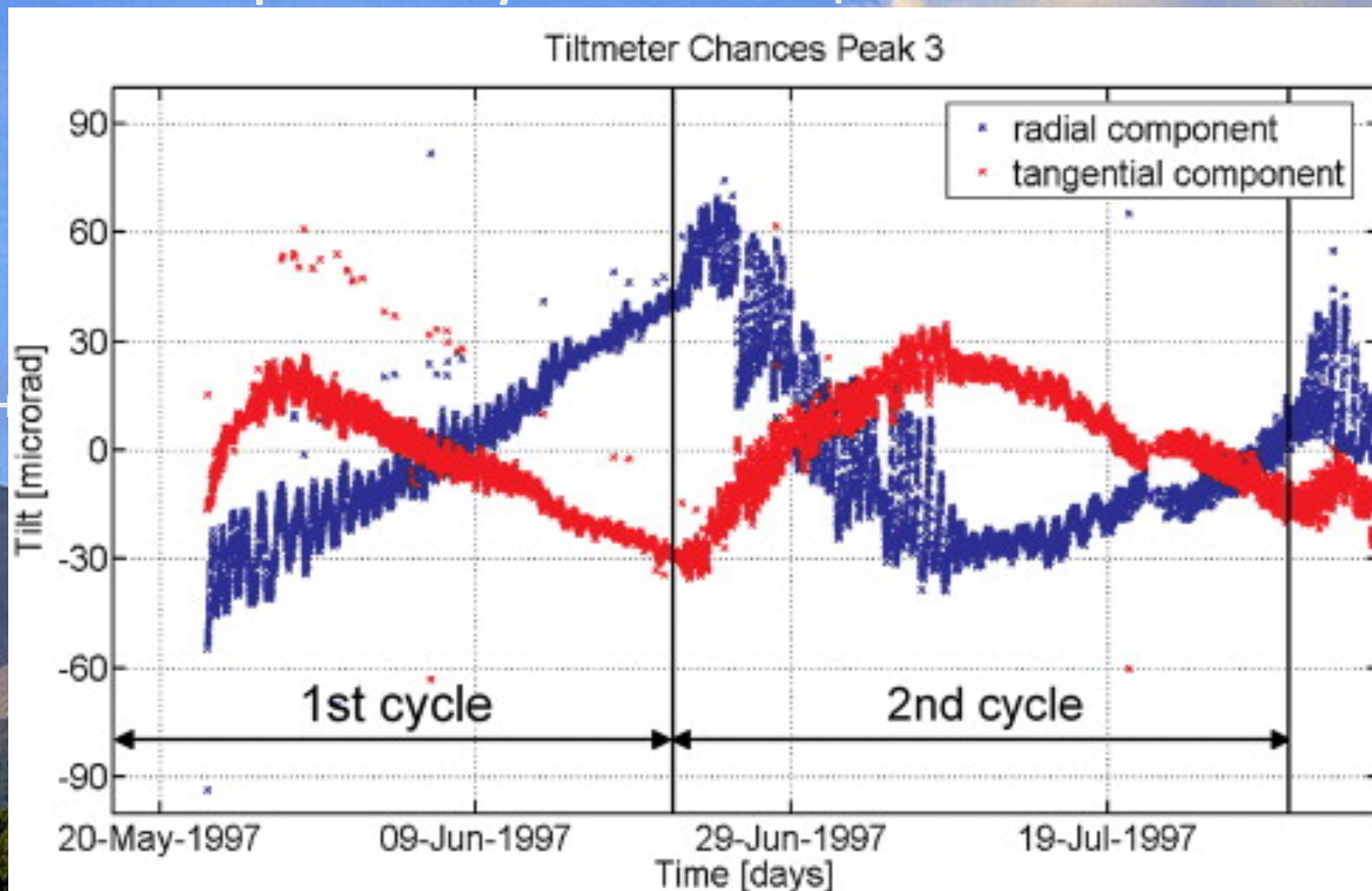
Melnik, OE & Sparks, RSJ. 'Nonlinear dynamics of lava dome extrusion', *Nature*, **402**, (pp. 37-41), 1999.

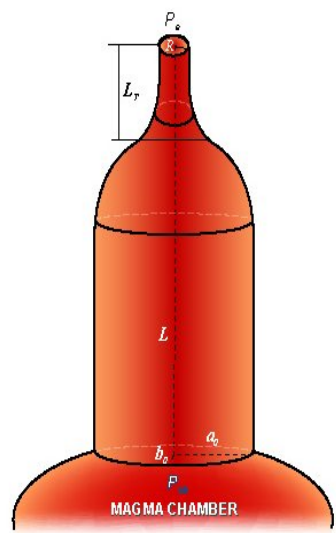


**ЛАВОВЫЙ КУПОЛ**

# Вулкан Суфриер Хиллз, Монтсеррат, Карибское море (1995-2007) промежуточные циклы

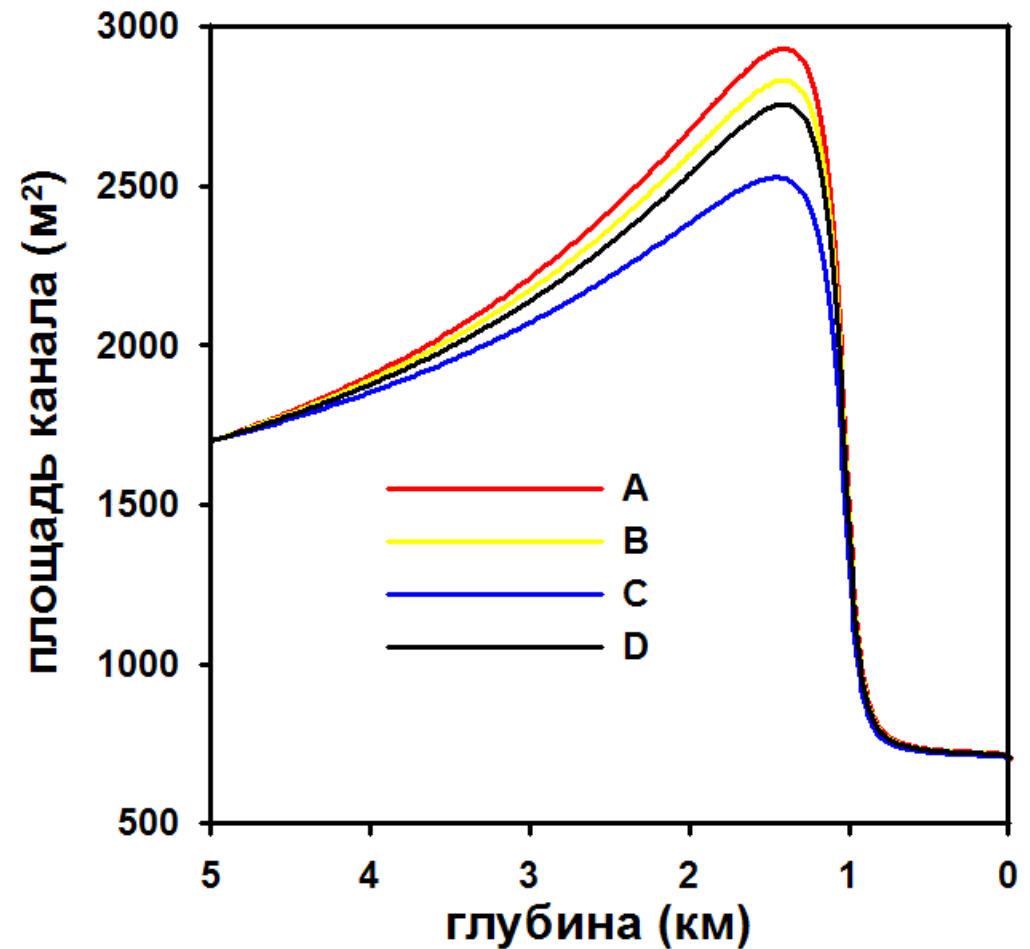
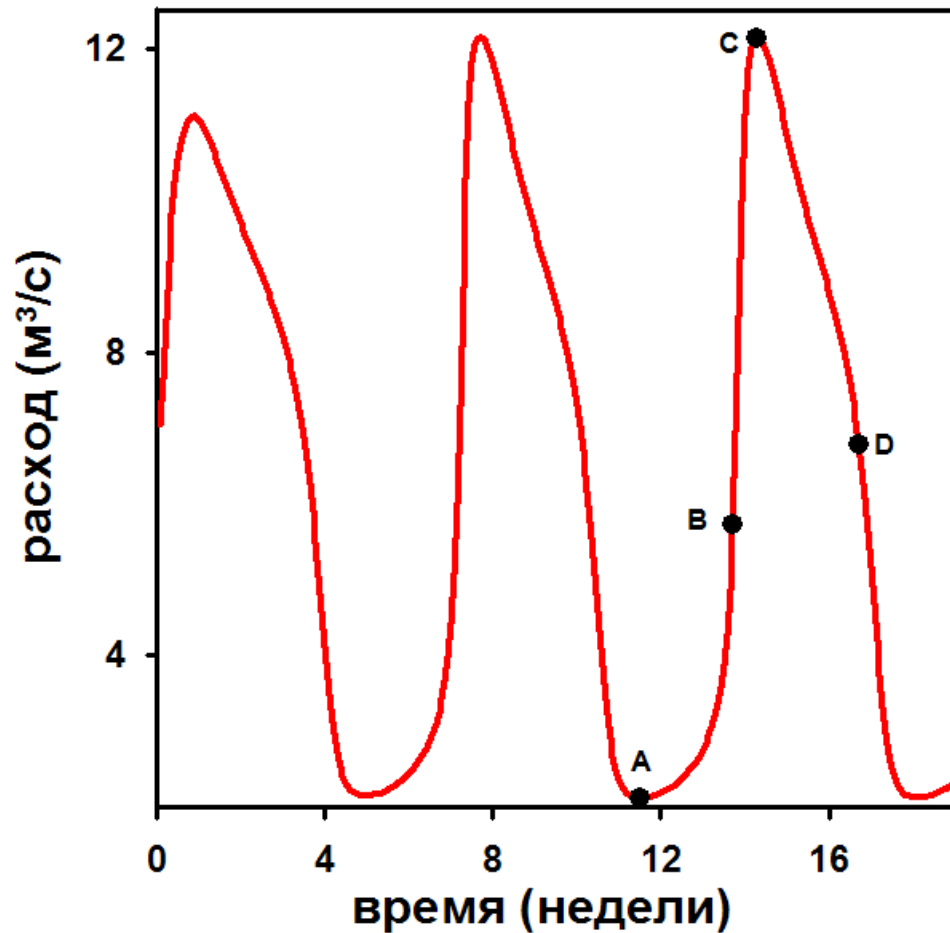
Наклон





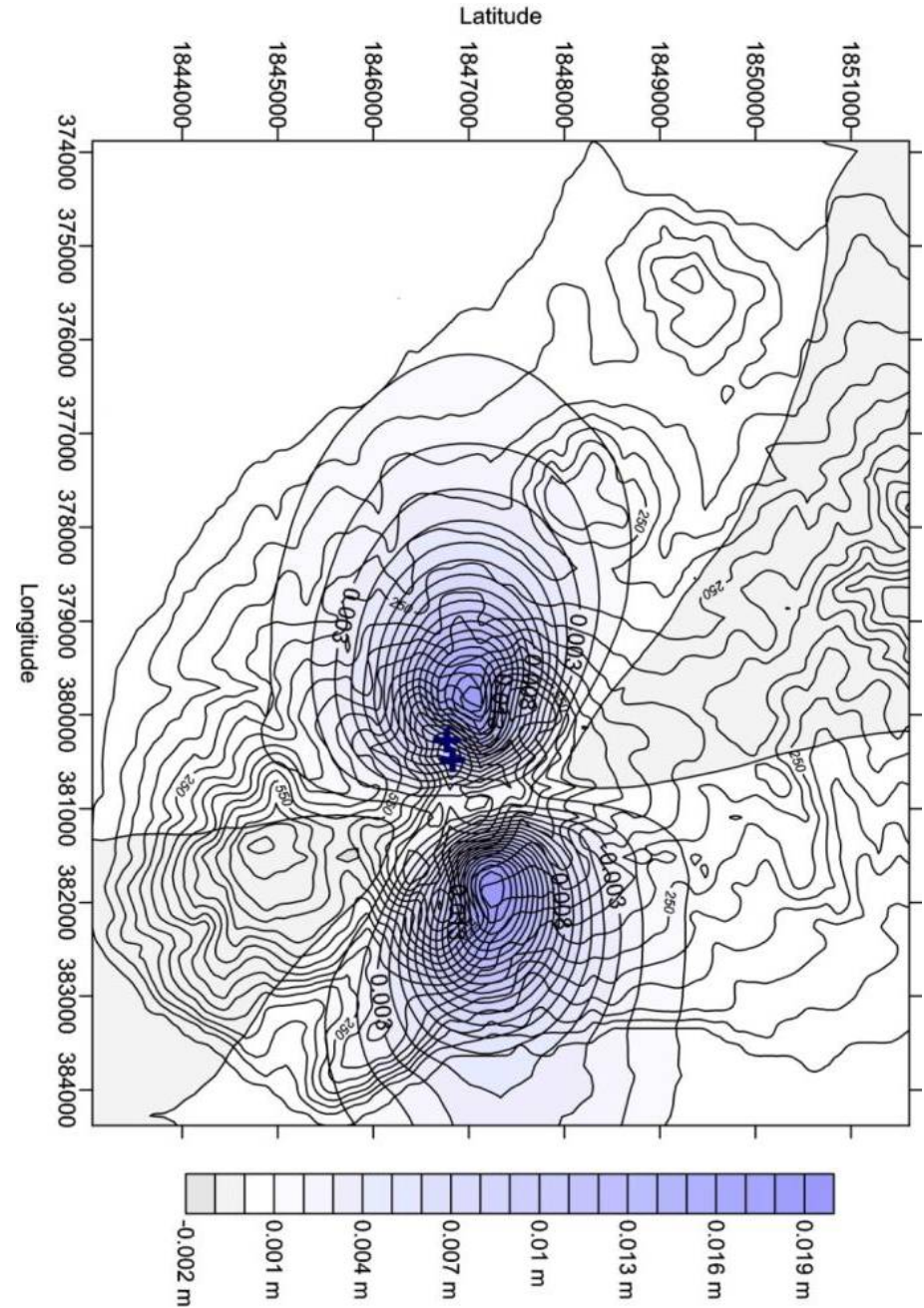
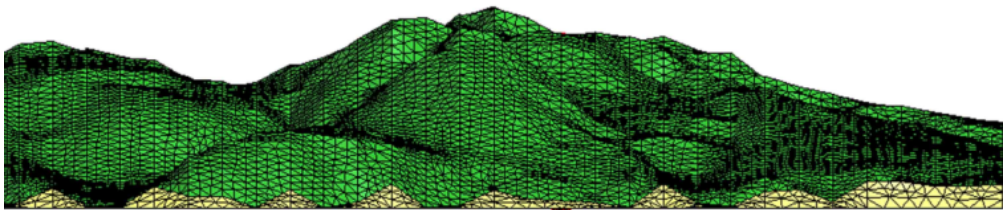
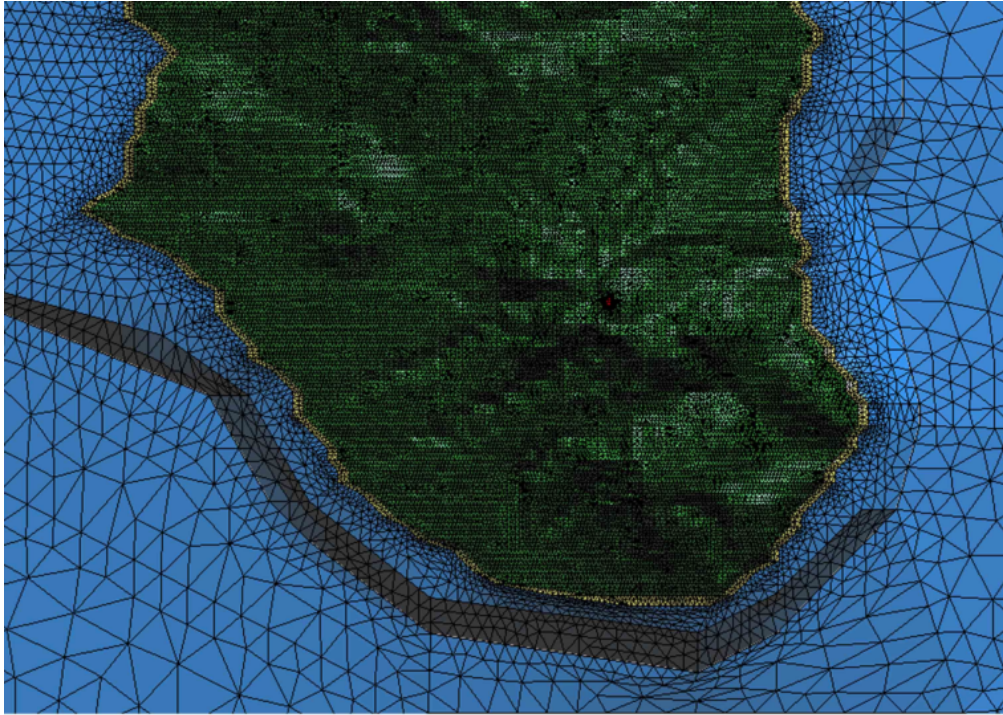
# Моделирование извержения

Costa, A, Melnik, OE, Sparks, RSJ & Voight, B. 'Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion', Geophysical Research Letters, 34, pp. 1-5, 2007

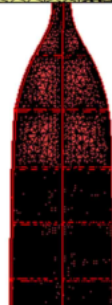




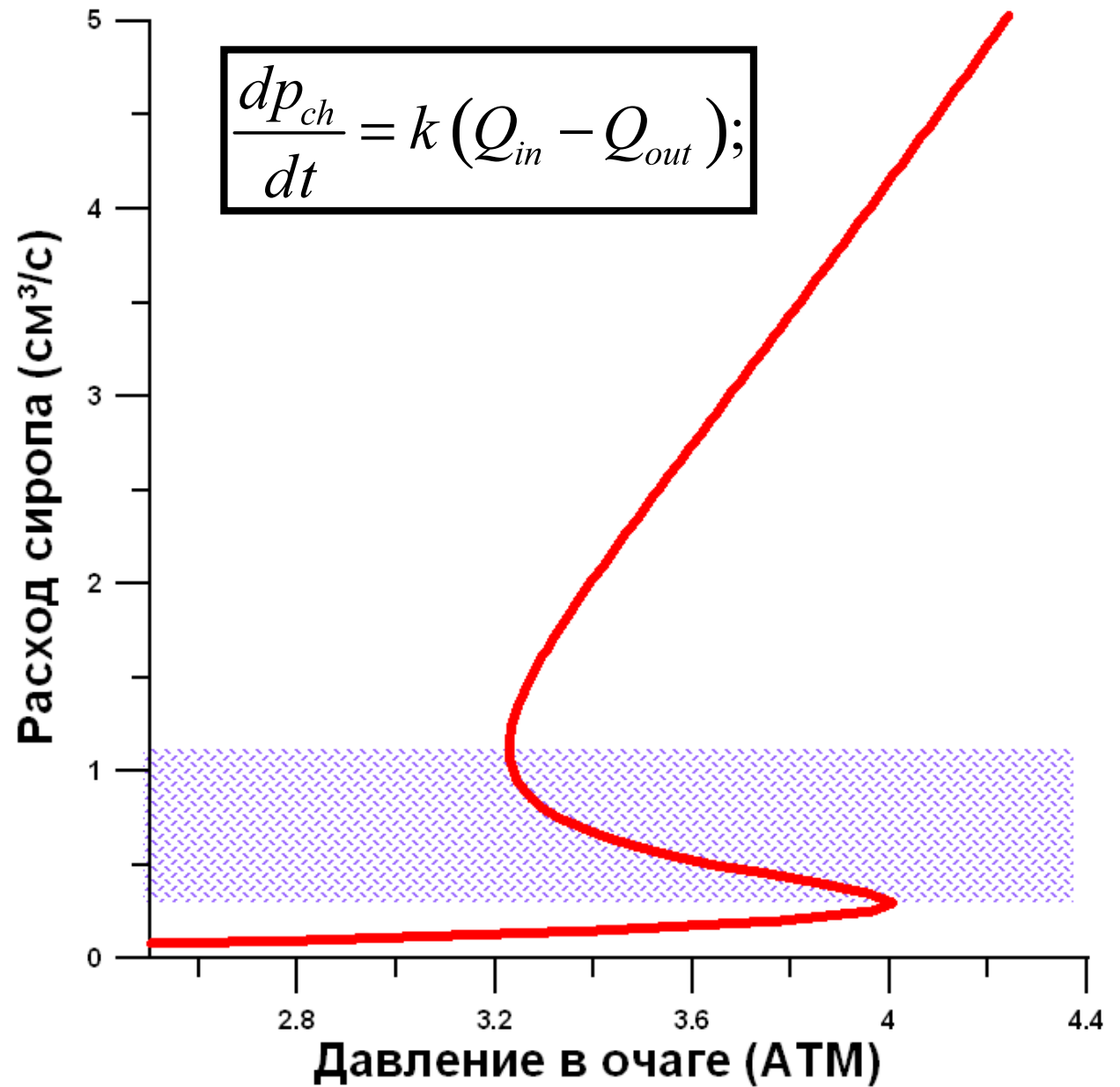
# Моделирование угловых измерений

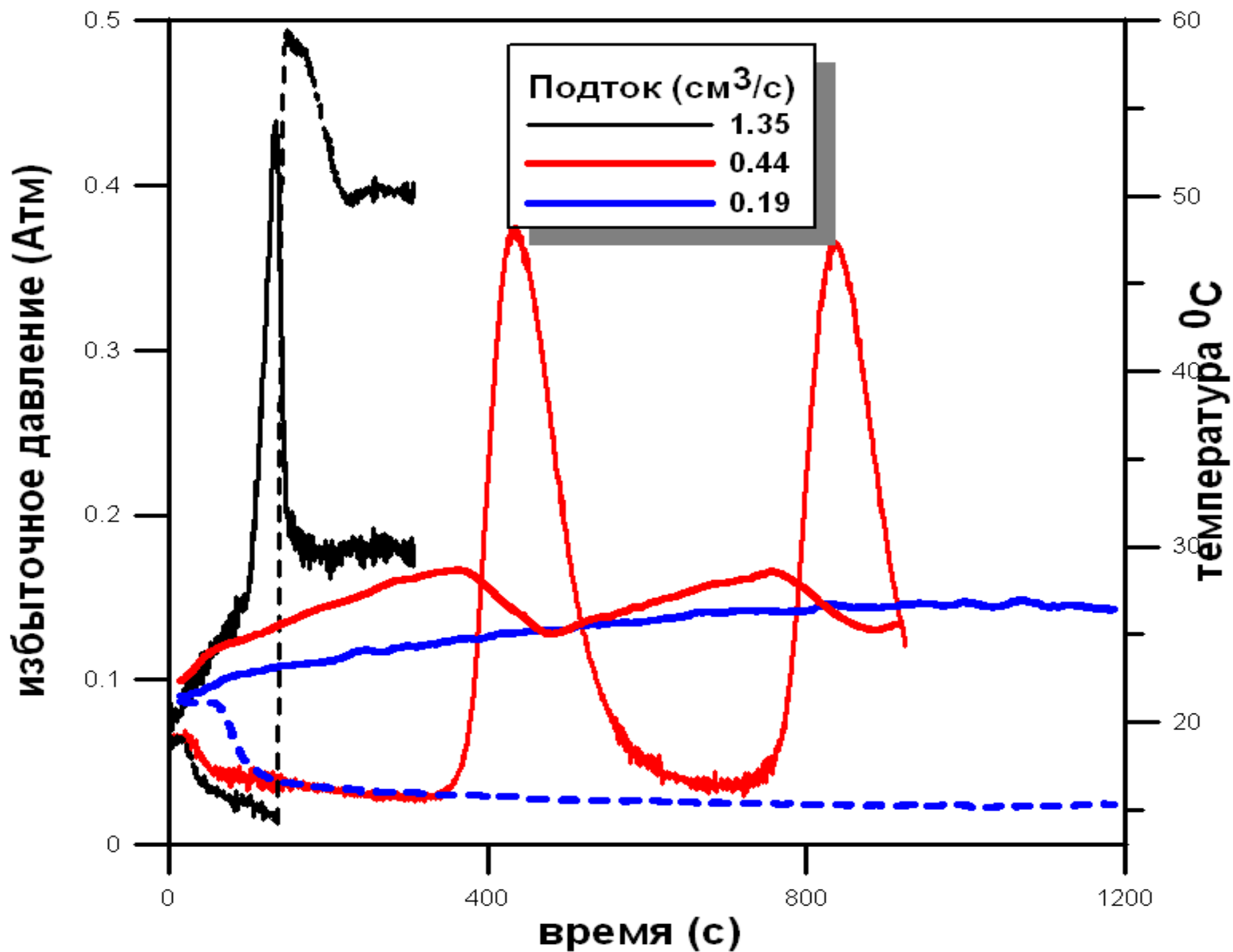


Stefanie  
Hautmann,  
Bristol

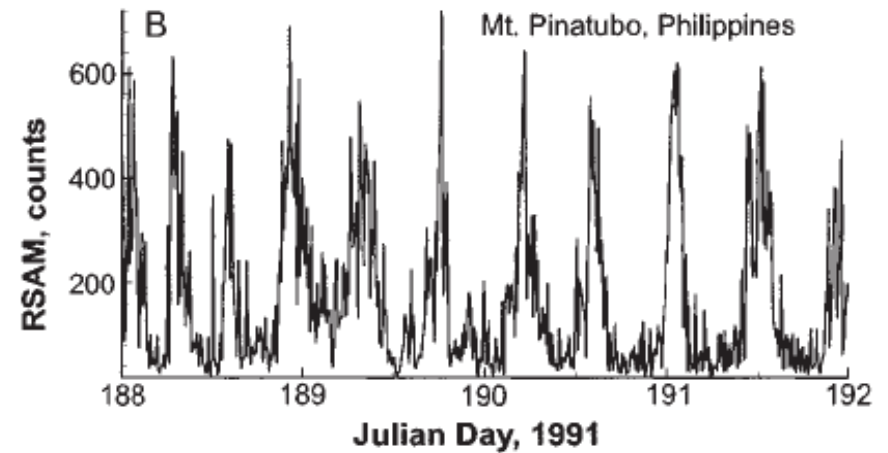
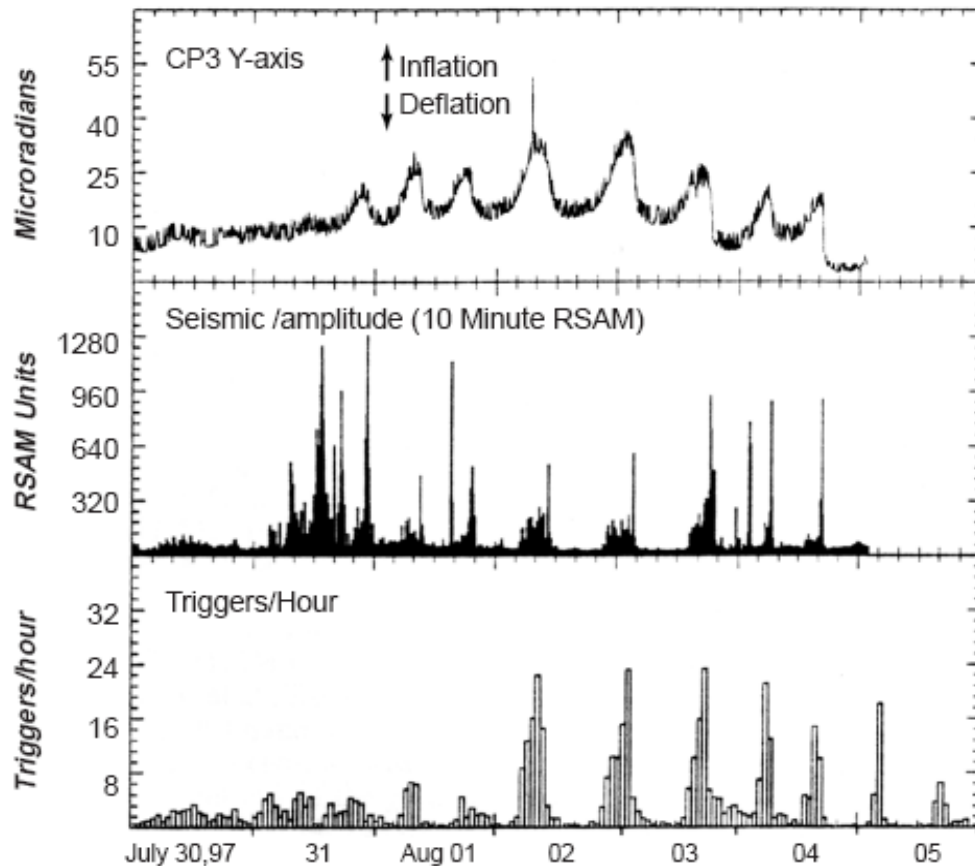


# Экспериментальное моделирование циклических режимов





# Короткопериодические циклы



Roger P. Denlinger\*  
Richard P. Hoblitt\*

Cyclic eruptive behavior of silicic volcanoes

*Geology*; May 1999; v. 27; no. 5; p. 459-462

## Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity

Jonathan J. Wylie,<sup>1</sup> Barry Voight,<sup>2,3</sup> J. A. Whitehead<sup>1</sup>

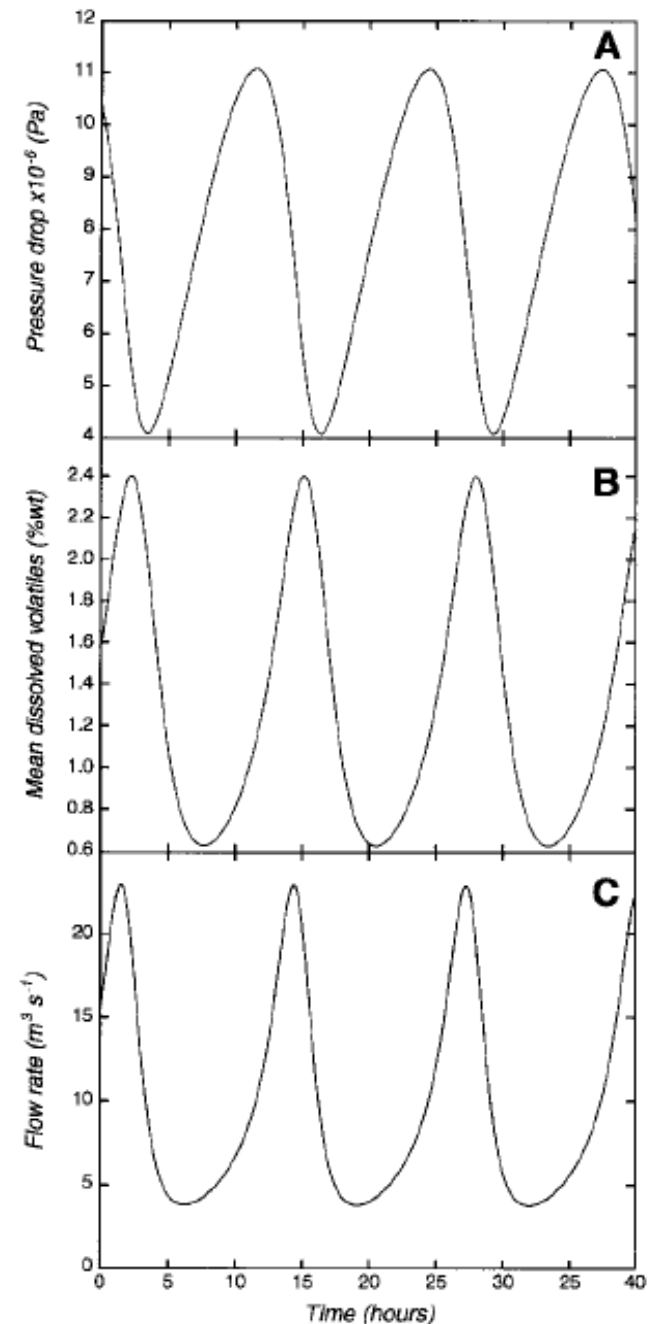
SCIENCE VOL 285

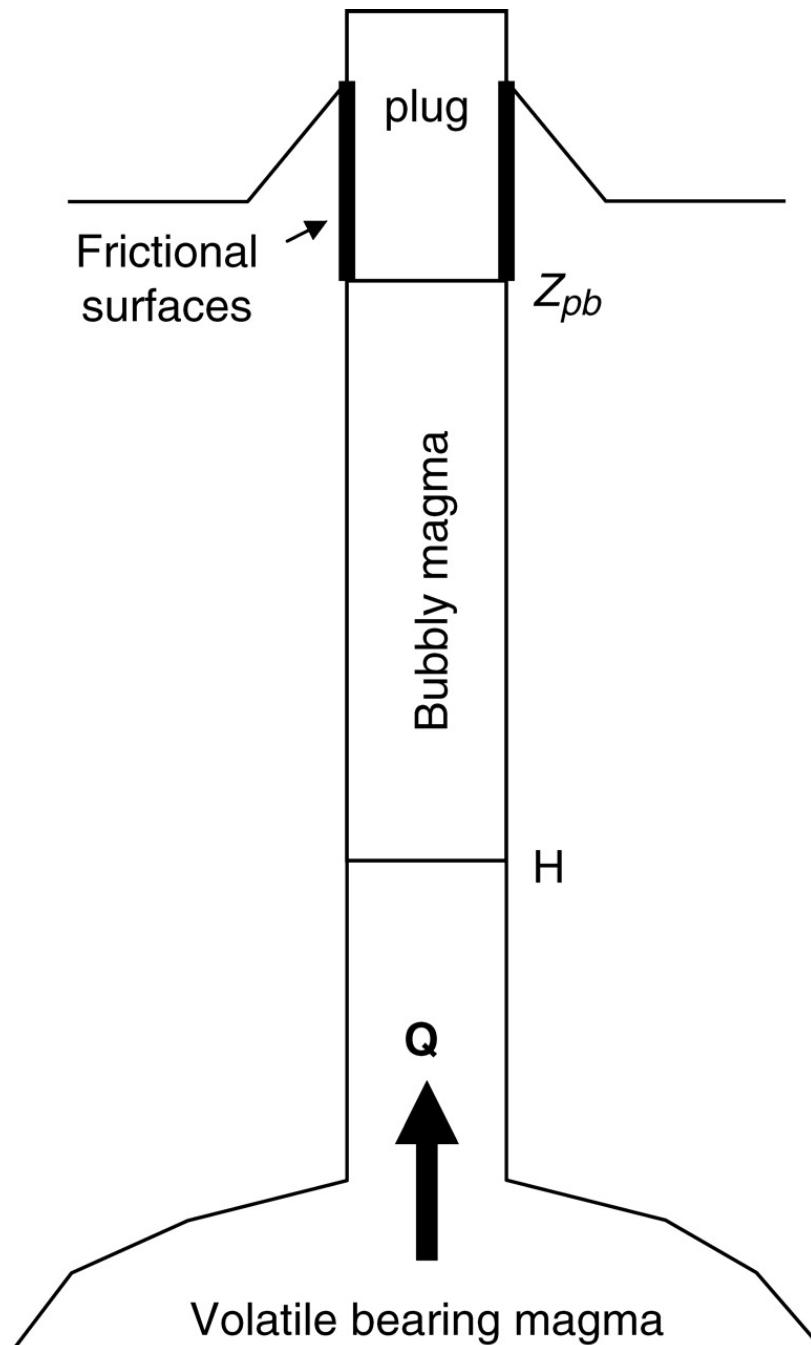


# Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity

Jonathan J. Wylie,<sup>1</sup> Barry Voight,<sup>2,3</sup> J. A. Whitehead<sup>1</sup>

- Канал разбивается на две части
- В верхней части
  - Диффузионное газоотделение
  - Вязкость магмы зависит от содержания растворенного газа
- Нижняя часть
  - Канал с податливыми стенками, его объем зависит от давления
  - Трение отсутствует
- Вход в канал
  - Постоянный расход магмы



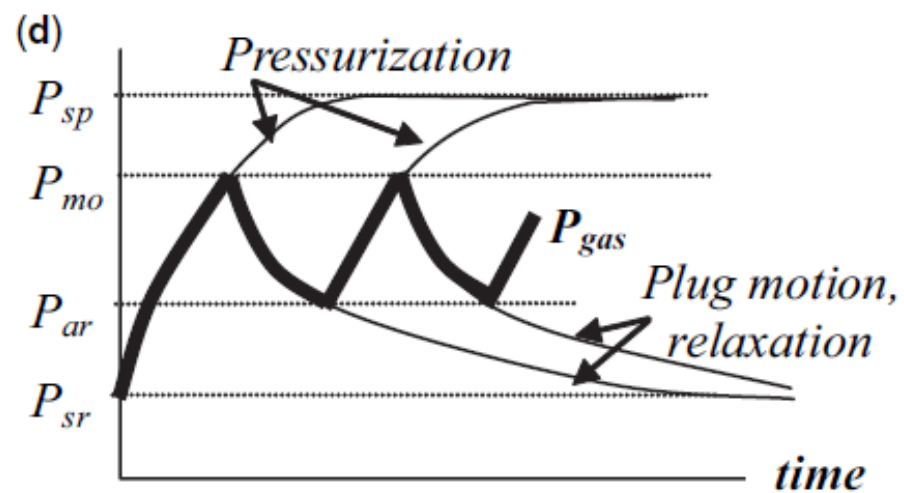
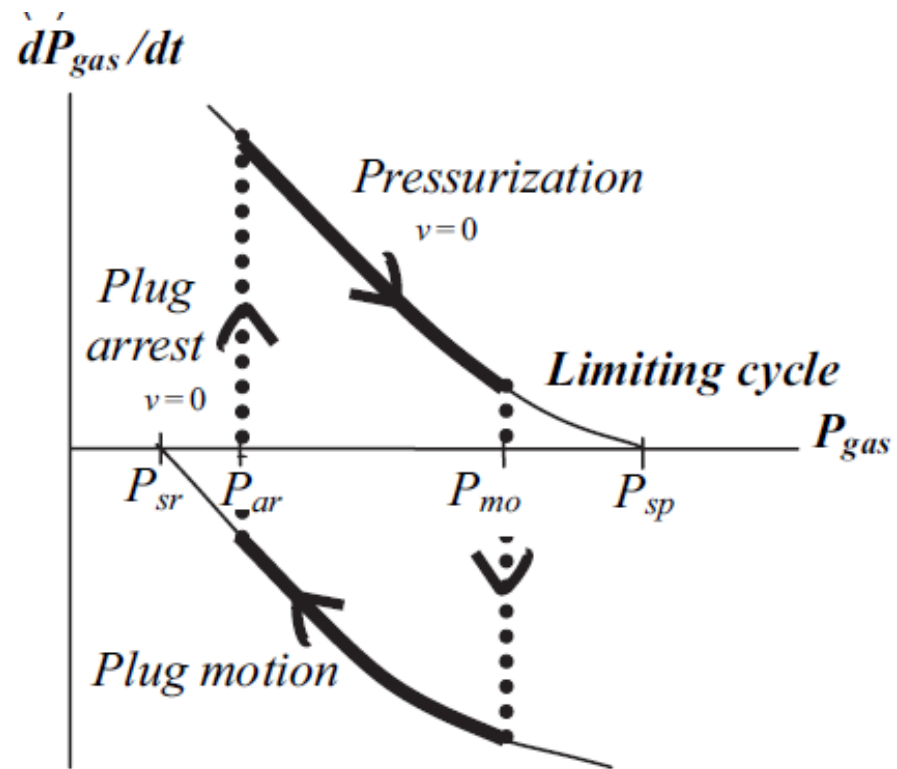


N. G. Lensky, R. S. J. Sparks, O. Navon, and V. Lyakhovsky (2008) Cyclic activity at Soufriere Hills Volcano, Montserrat: degassing-induced pressurization and stick-slip extrusion. Geological Society, London, Special Publications 307, 169-188

Модель предполагает рост давления под неподвижной пробкой за счет диффузии газа в пузырьки.

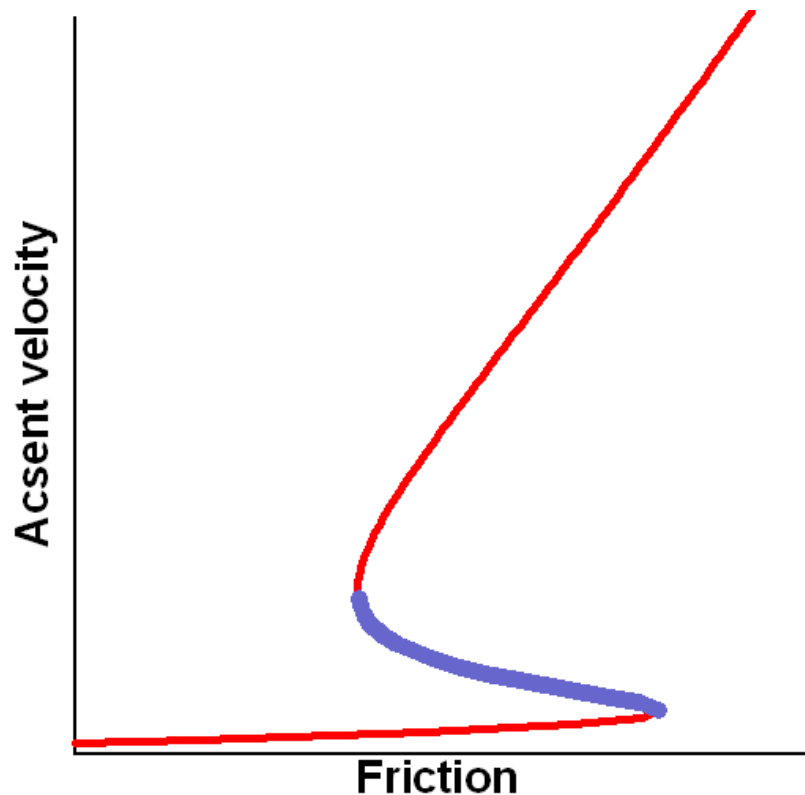
Когда давление растет выше критического пробка начинает двигаться, происходит падение давления.

При падении давления ниже критического пробка останавливается и цикл завершается.



# Что вулкану нужно для циклического поведения?

$$F = \lambda \frac{\mu(V, \dots)}{D_{cond}^2} V \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial V} = \lambda \underbrace{\frac{\mu(V, \dots)}{D_{cond}^2}}_{\approx 0} + \lambda \underbrace{\frac{V}{D_{cond}^2}}_{\approx 0} \boxed{\frac{\partial \mu(V, \dots)}{\partial V}}$$



- Сила трения должна падать с ростом скорости
  - Переменная вязкость
  - Проскальзывание
  - Неньютоновские свойства
- Кинетические процессы
  - Кристаллизация
  - Теплообмен
  - Диффузия
- Наличие резервуара магмы
  - Очаг
  - Канал в виде дайки
  - Сжимаемость магмы



# Итак:

- Мы узнали, что вулканические купола не растут с постоянной интенсивностью
- Имеются циклы с различными периодами
- Научились описывать кинетику кристаллизации магмы
- Рассмотрели различные математические модели циклических экструзивных извержений.
- Выявили общие свойства вулканической системы, при которых возможны циклы.