

Структурная геология и геологическое картирование

Лекция № 10

«Напряжения и деформации»

Предварительные замечания

● Напряжение

Горная порода находится под напряжением тогда, когда к ней приложена сила. Сила – **величина векторная**, т.е. имеет две характеристики: скалярное значение и направление приложения.

Сила, как таковая, приложена к точке, однако она вызывает трехмерные напряжения и деформации, которые при неоднородном строении геологических тел очень сложно описывать в полноте и строгости.

Для «небольших» геологических тел обычно принимается допущение об «**однородности напряжения**», т.е. о том, что величина и направление напряжения равны во всех точках тела. Правда, это допущение далеко не всегда приемлемо для крупных структур.

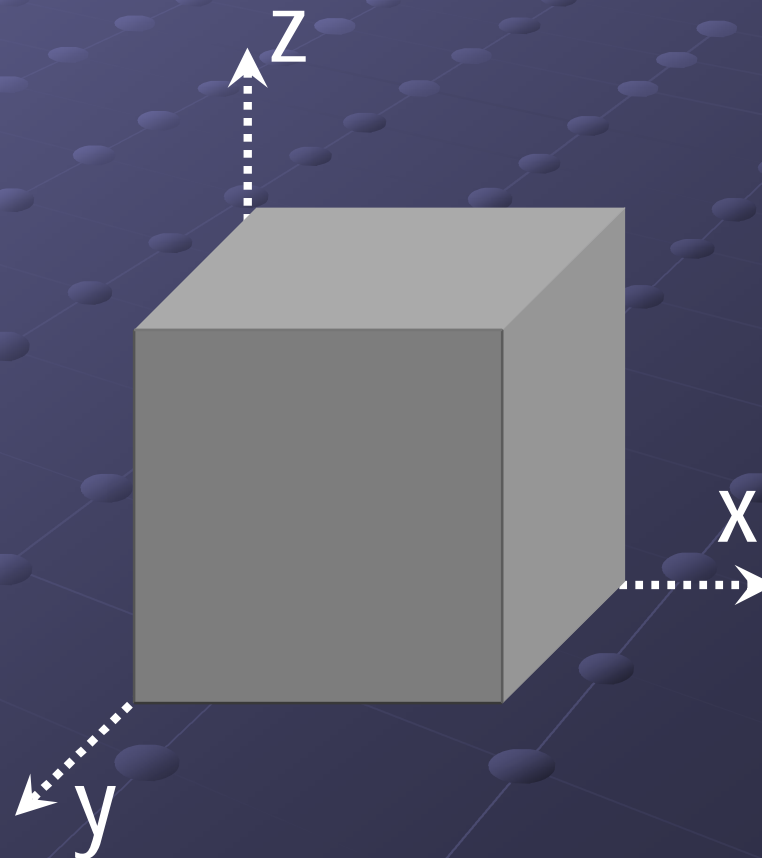
- **Напряжение** – есть сила, приложенная к единице площади (равнодействующая всех сил делится на площадь, к которой они приложены)

$$S = (F/S)$$

Для анализа распределения напряжений используют бесконечно малый **виртуальный куб** горной породы, считая, что уж внутри-то этого маленького куба напряжение однородно.

Виртуальный элементарный куб мысленно располагают в определенной **системе координат**.

Очень удобно все напряжения рассматривать относительно граней этого куба

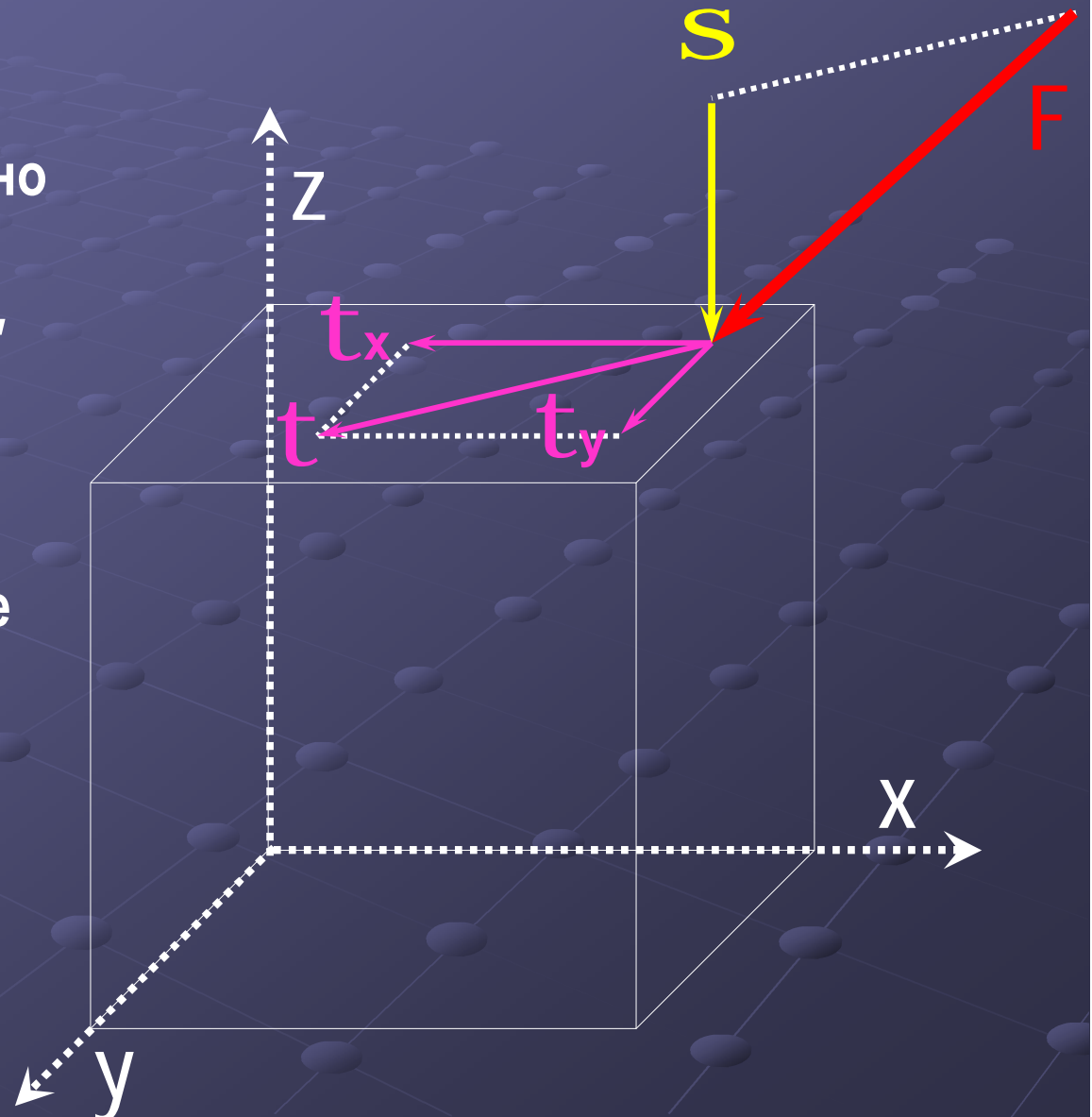


Составляющие напряжений

Действующая на тело (виртуальный куб) **сила** (F) вызывает **напряжение**, которое можно разложить на две составляющие:

- **нормальное** (S) напряжение перпендикулярно поверхности (границ куба)
- **тангенциальное** (t), или **касательное** напряжение выражено на поверхности (границ куба).

Тангенциальное напряжение в свою очередь тоже может быть **разложено** на составляющие t_x и t_y соответственно осям X и Y

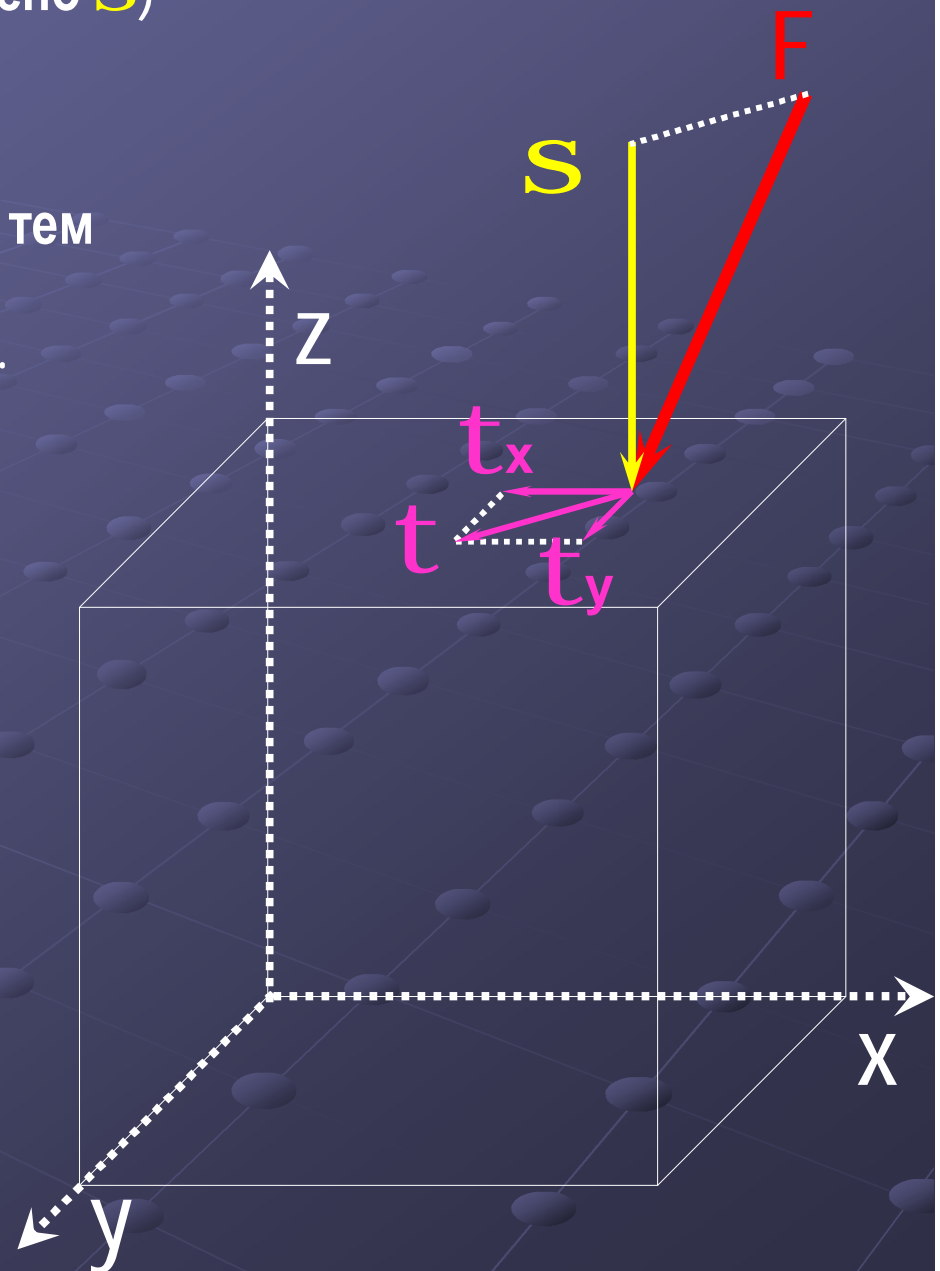


Напряжения \mathbf{S} и \mathbf{t} должны быть **уравновешены**,
если тело **не движется** (уравновешено \mathbf{S})
и **не вращается** (уравновешено \mathbf{t})

Чем круче к грани куба действуют сила, тем
больше нормальное напряжение и
меньше тангенциальное напряжение.

Мы не в силах менять направление
сил, но мы можем выбрать **любую**
систему координат
относительно этой силы. В том числе
и такую, в которой на всех трех
взаимно перпендикулярных
плоскостях **тангенциальные**
напряжения обращаются в **нуль**.

В этом случае поле напряжений можно
будет описать только **нормальными**
напряжениями.



В системе координат, в которой на всех трех взаимно перпендикулярных плоскостях тангенциальные напряжения обращаются в нуль, поле напряжений можно описать только **нормальными напряжениями**

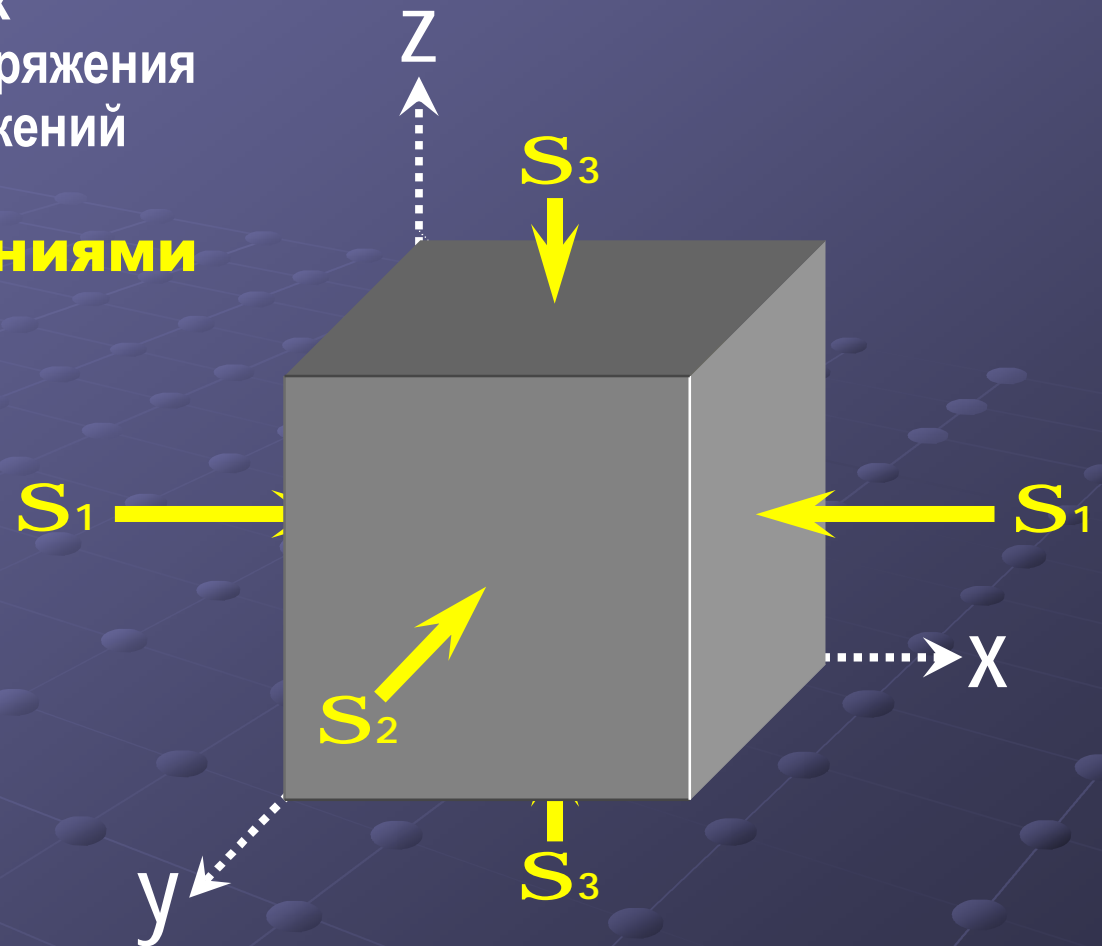
Такие напряжения называют **главными нормальными напряжениями**

Их обозначают буквами

S_1 , S_2 и S_3 , где S_1 – максимальное, S_2 – среднее, а S_3 – минимальное.

Среднее нормальное напряжение $S_{cp} = (S_1 + S_2 + S_3) / 3$

Направления действия главных сил называются **главными направлениями напряжения**

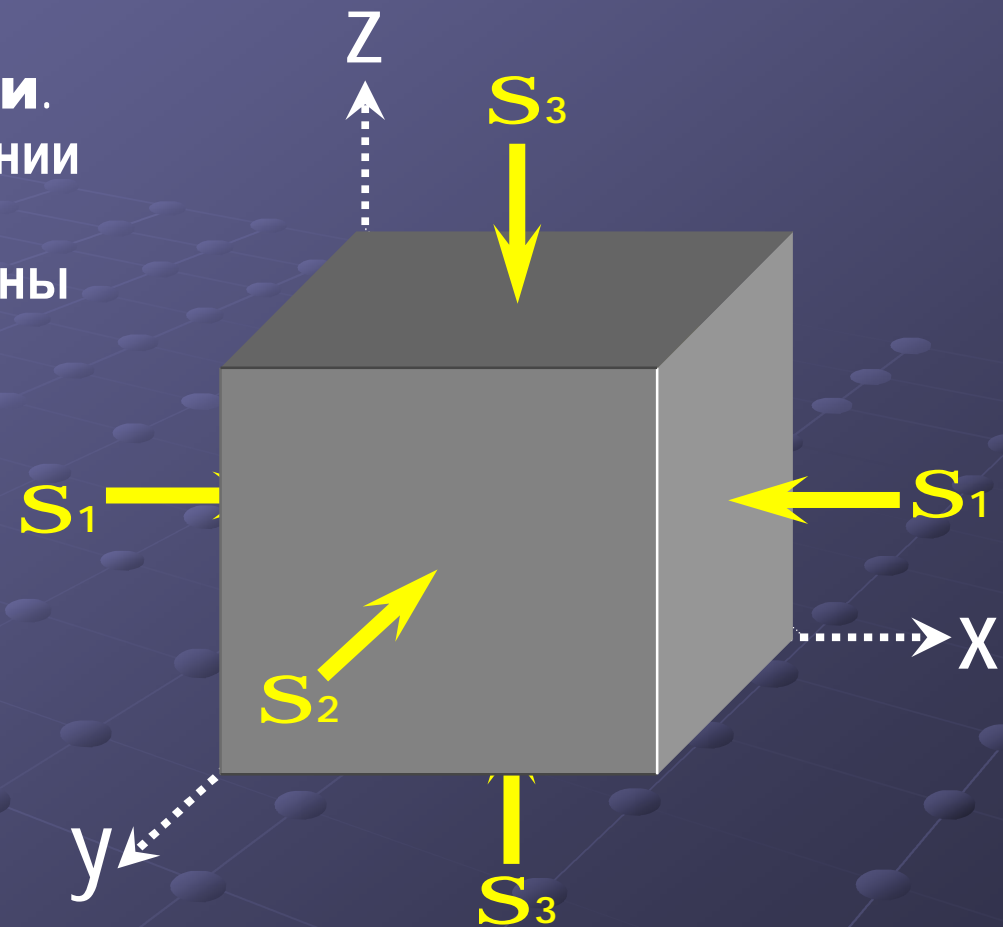


Напряжения в литостатических условиях

Условия, при которых $S_1 = S_2 = S_3$, называются **литостатическими**. Эти условия возникают при погружении тела на глубину. Литостатическое давление просто равно **весу** колонны **вышележащих пород**.

Геологическое тело в литостатических условиях находится под равномерным всесторонним и одинаковым давлением, а потому оно (в простом случае!) **не деформируется и не смещается**. Среднее нормальное напряжение в литостатических условиях:

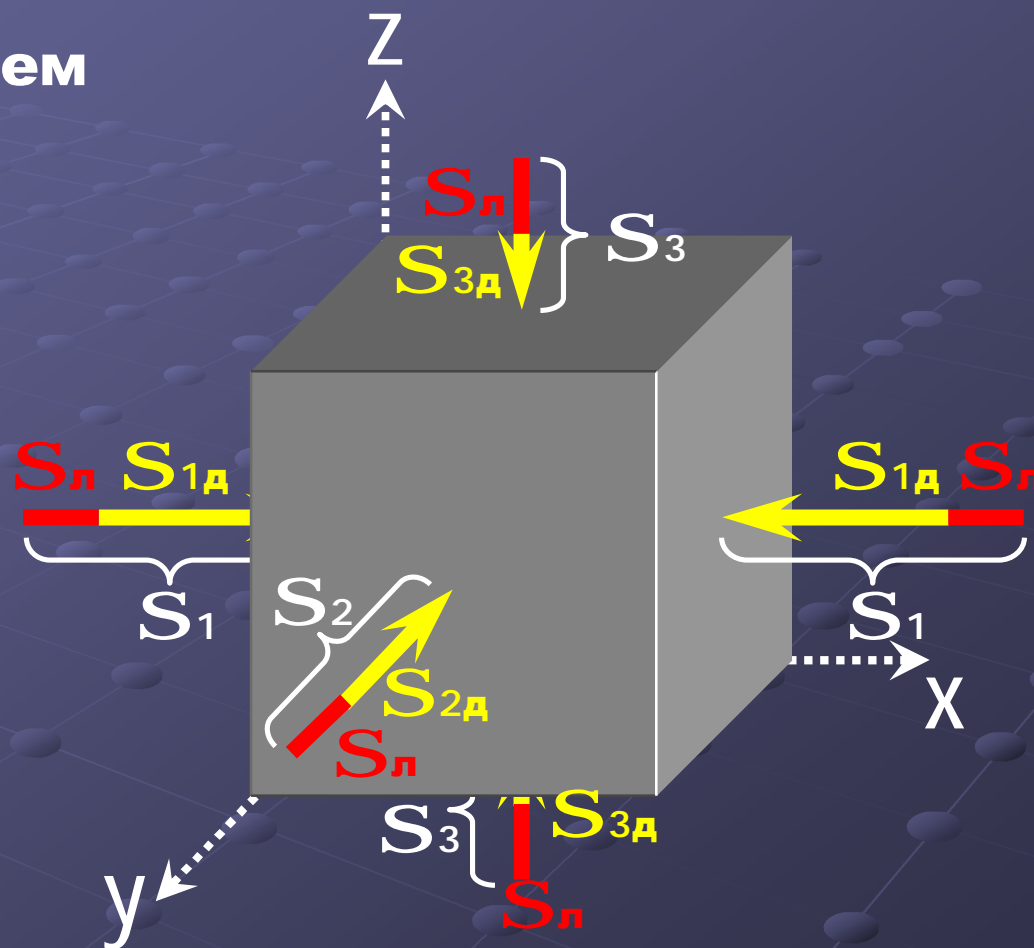
$$S_{\text{ср}} = (S_1 + S_2 + S_3) / 3 = 3S_1 / 3 = S_1$$



Если главные напряжения не равны друг другу, но литостатическая компонента присутствует, то ее принято вычитать. Остаток от вычитания называют **девиаторным напряжением**

$$\begin{aligned}
 S_{1д} &= (S_1 - S_{л}) \\
 S_{2д} &= (S_2 - S_{л}) \\
 S_{3д} &= (S_3 - S_{л})
 \end{aligned}$$

Иногда, когда, условия не вполне отвечают литостатическим, за литостатическую компоненту принимают среднее напряжение





Кристиан Отто Мора (1837-1918)

Графический расчет напряжений

При известных максимальном и минимальном главных напряжениях для определения величины нормального и тангенциального напряжений в **любой плоскости** удобно использовать диаграмму Мора, или "**Круг Мора**", где:

s – ось абсцисс (нормальное напряжение)
 t – ось ординат (тангенциальное напряжение)

s_1 – главное максимальное напряжение

s_3 – главное минимальное напряжение

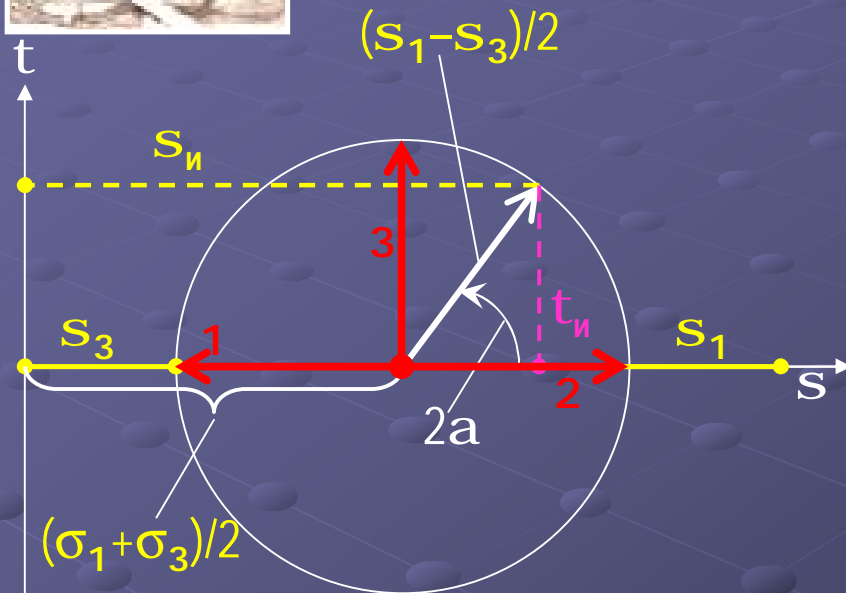
$(s_1+s_3)/2$ – начало радиуса-вектора

$(s_1-s_3)/2$ – длина радиуса-вектора

a – угол между заданной плоскостью и вектором **минимального** главного напряжения

s_n – искомое нормальное напряжение

t_n – искомое тангенциальное напряжение

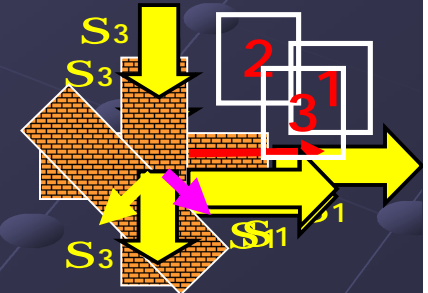


Величина напряжения плавно меняется по мере изменения угла между его вектором и вектором главного минимального напряжения. *Крайние случаи:*

1) если $a = 90^\circ$ ($2a = 180^\circ$), то $s_n = s_3$, а $t_n = 0$;

2) если $a = 2a = 0^\circ$, то $s_n = s_1$, а $t_n = 0$;

3) если $a = 45^\circ$ ($2a = 90^\circ$), то $t_n = (s_1-s_3)/2$ (max!), а $s_n = (s_1+s_3)/2$



Эллипсоид напряжений

Для геометрического описания плавно изменяющегося трехмерного напряжения используют **эллипсоид напряжений**.

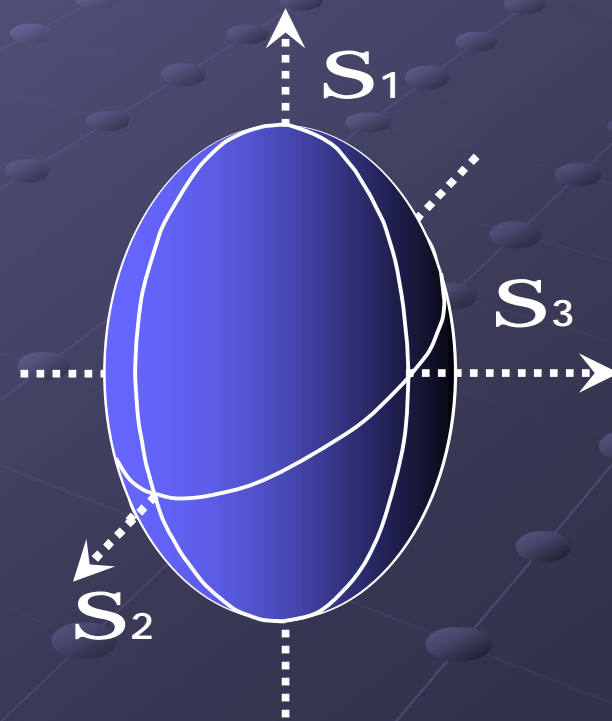
Эллипсоид напряжений однозначно определяется положением его **главных осей**. Плоскости, проходящие через две оси, и ортогональные третьей – **главные плоскости напряжений**. Двухмерный разрез эллипсоида представляет собой эллипс.

При равенстве всех трех главных напряжений трехосный эллипсоид превращается в шар (**литостатические условия**).

$$S_1 = S_2 = S_3$$

При равенстве двух из трех напряжений трехосный эллипсоид превращается в одноосный, или **эллипсоид вращения**.

$$\begin{aligned} S_1 &= S_2 \neq S_3 \\ \text{или } S_1 &\neq S_2 = S_3 \\ \text{или } S_1 &= S_3 \neq S_2 \end{aligned}$$



**Стрелки всегда показывают правильное направление.
Важно только знать, о чем, собственно, идет речь!**



Деформации

Общая деформация геологических объектов это изменение
во-первых – **местоположения** (перемещение, трансляция);
во-вторых – **ориентировки** (вращение);
в-третьих – **объема и формы**:

дилатация – изменение объема при сохранении формы

дисторсия – искажение формы

Простейшие примеры:

перемещения – смещения блоков по разрывам;

вращения – поворот крыльев складки при поперечном изгибе;

дилатации – уплотнение нелитифицированных осадков;

дисторсии – раздавливание, складчатость, рассланцевание и пр.

Дисторсия

Общая деформация геологических объектов происходит в результате приложения самых разных напряжений, что чаще всего приводит к изменению формы объектов. Для простоты принимается допущение об **однородности деформаций**, при которой все материальные прямые линии и после деформации остаются прямыми.

Простые **типы** изменения формы объектов:

1. Линейные деформации (растяжение)

может оцениваться разными коэффициентами:

– относительное удлинение

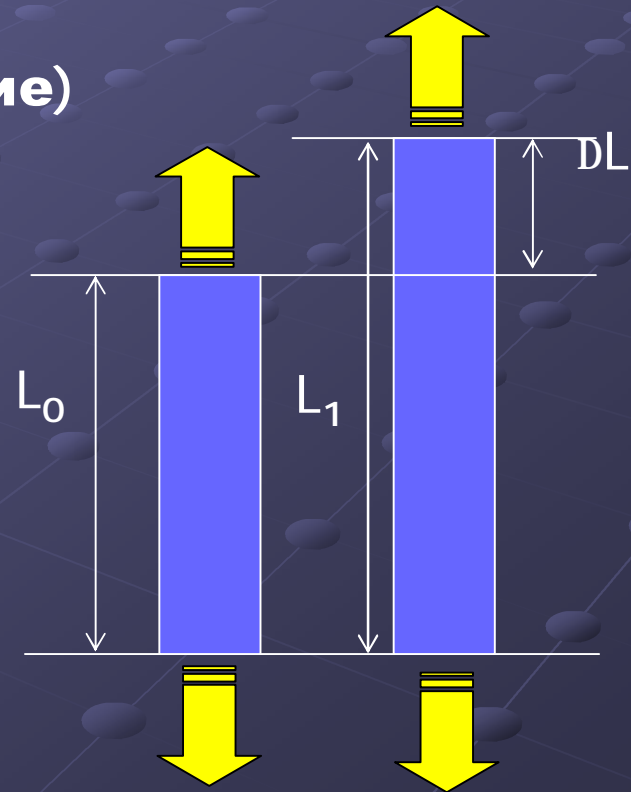
$$e = (L_1 - L_0) / L_0 = DL / L_0$$

– растяжение

$$S = L_1 / L_0 = (1 + e)$$

– квадратичное удлинение

$$I = (L_1 / L_0)^2 = (1 + e)^2$$



2. Плоские деформации

Общая ситуация заключается в том, при растяжении физического тела в одном направлении, оно неизбежно сжимается в другом. И наоборот, при сжатии в одном направлении, оно растягивается в другом. В природе обычно наблюдается (для плоских деформаций!) либо плоское растяжение (или сжатие), либо простой сдвиг. Либо, конечно, их сочетание.

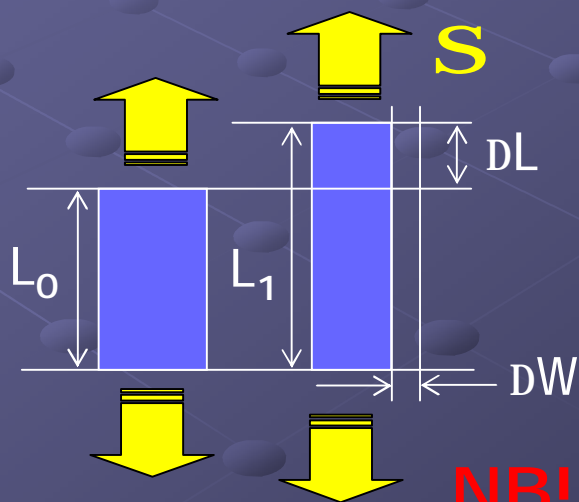
2.1. Чистый сдвиг (растяжение) есть деформация под действием **нормальных напряжений**. Мерой деформации являются две компоненты:

– продольное относительное удлинение

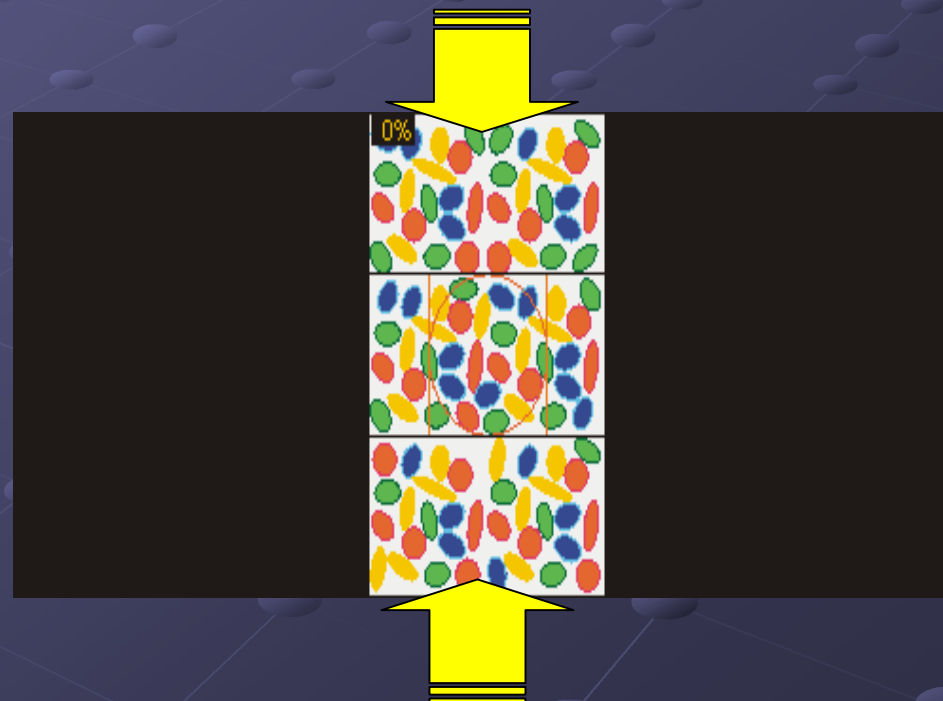
$$e_{\text{пр}} = (L_1 - L_0) / L_0 = \Delta L / L_0$$

– поперечное относительное удлинение

$$e_{\text{поп}} = (W_1 - W_0) / W_0 = \Delta W / W_0$$

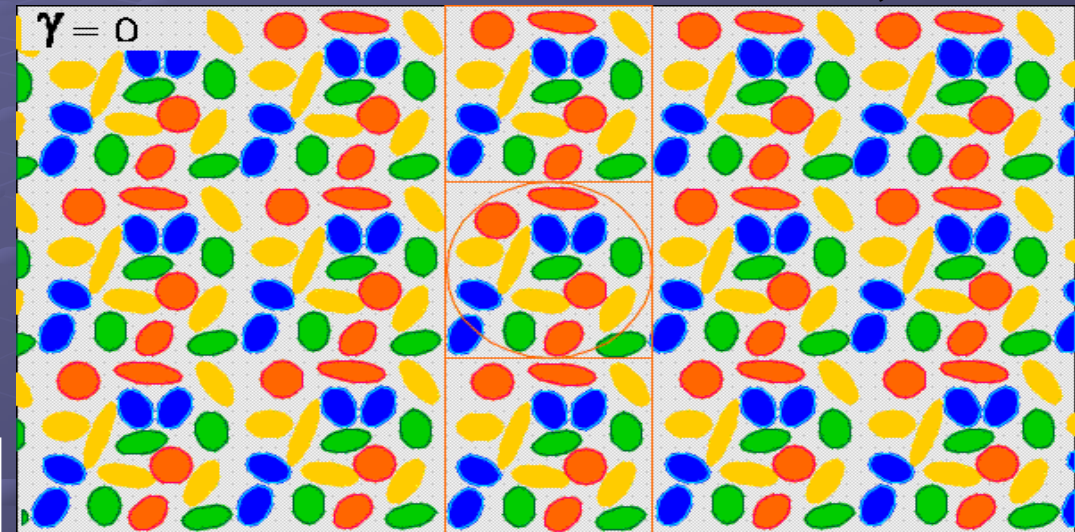
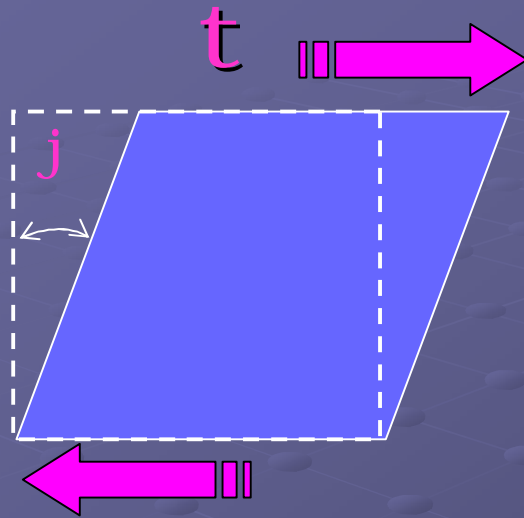


Деформации элементарных эллипсов при чистом сдвиге (Интернетресурс)



NB! e положительно при растяжении и отрицательно при сжатии!

2.2. "Простой сдвиг" (скол) есть деформация под действием тангенциальных (касательных) напряжений. Мерой деформации является угол j , на который отклоняется сторона мысленного квадрата.



Остатки колонны храма Аполлона. Дидим. Турция



Деформации элементарных эллипсов при простом сдвиге (Интернетресурс)

Эллипсоид деформаций

Для геометрического описания трехмерных деформаций используют **эллипсоид деформаций**.

Эллипсоид деформаций однозначно определяется положением его **главных осей**. Длины главных осей (точнее – полуосей) равны **главным деформациям** и обычно выражаются через **растяжение** $(1 + e)$, поэтому на практике максимальными напряжениями (s_1) считаются **напряжения растяжения**, минимальными (s_3) – **напряжения сжатия**, а соответственно им – и деформации.

Плоскости, проходящие через две оси, и ортогональные третьей – **главные плоскости деформаций**.

Характерные эллипсоиды деформаций:

- 1) при равенстве всех трех главных деформаций (**литостатические условия**) эллипсоид превращается в шар, то есть, деформаций как таковых нет;
- 2) при $s_1 \gg s_2$ и $s_1 \gg s_3$ в результате деформаций возникает сигарообразное тело;
- 3) при $s_1 \ll s_2$ и $s_1 \ll s_3$ в результате деформаций возникает блинообразное тело

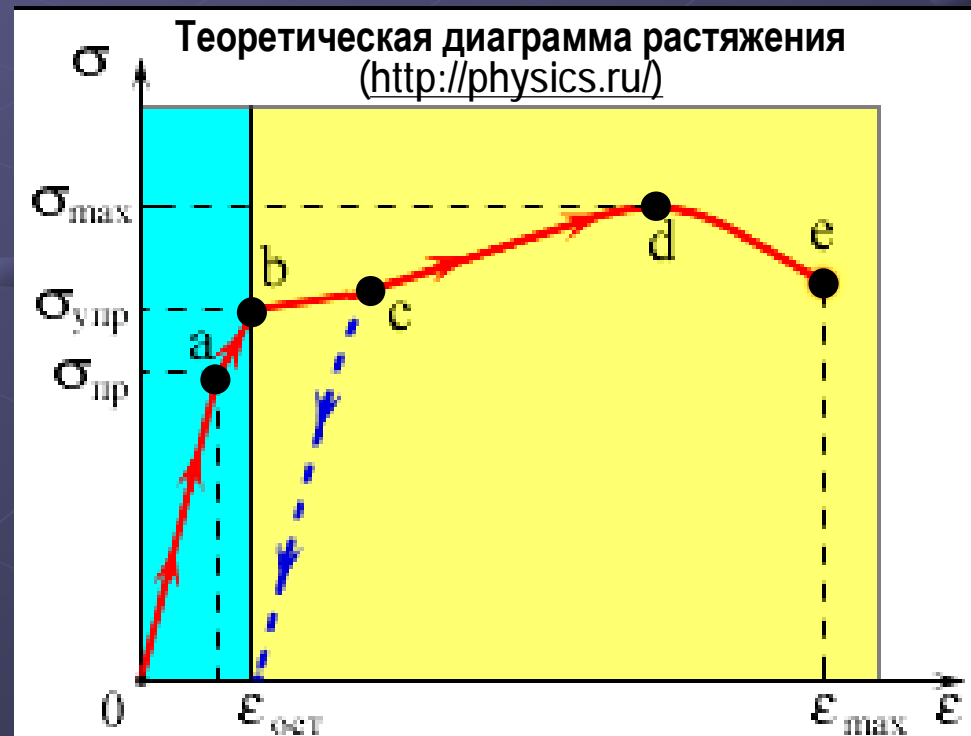


Реакция материалов на напряжение

Выделяют три "идеальных модели" реакции материалов на напряжение: 1 – **упругая**, 2 – **пластическая**, 3 – **разрушение**. Графически связь напряжений и деформаций изображают в виде "**Диаграммы растяжения**".

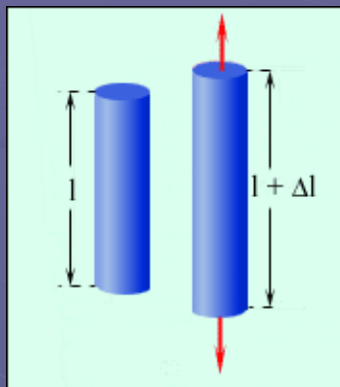
Упругая деформация обратима, т.е. после снятия нагрузки она исчезает, но свойством упругости материалы обладают только до определенного значения нагрузки, который называют **пределом упругости** (точка «b»). До **предела пропорциональности** (точка «a») напряжение и деформация связаны линейно, а на отрезке "a – b" эта связь становится нелинейной.

После достижения предела упругости даже небольшие приращения нагрузки вызовут значительные деформации, которые хотя бы частично будут необратимыми. После снятия нагрузки форма тела восстановится только на упругую часть деформации, остальное – **остаточная деформация**.



Упругая деформация. Модули упругости

Бытовым аналогом упругой деформации является пружина, которая деформируется пропорционально приложенной силе (значит – напряжению), а после снятия нагрузки возвращается в исходное положение.



Закон Р. Гука: "**Упругая деформация стержня прямо пропорциональна первоначальной длине (L) и приложенной силе (F) и обратно пропорциональна площади сечения (S)**".

$$\Delta L = a_{\text{упр}}(LF/S)$$

, где $a_{\text{упр}}$ – коэффициент упругости (определяется опытным путем)

Для описания упругой деформации используют несколько параметров, которые называются **модулями упругости**.

Модуль Юнга – коэффициент, характеризующий сопротивление материала **растяжению / сжатию** при упругой деформации, отношение **нормального** напряжения (s) к относительному удлинению (e).

$$E = (F/S) / (\Delta L/L) = s/e$$

Чем выше сопротивление, тем большее напряжение требуется для получения нужной деформации.



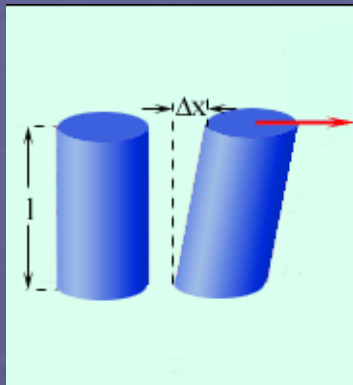
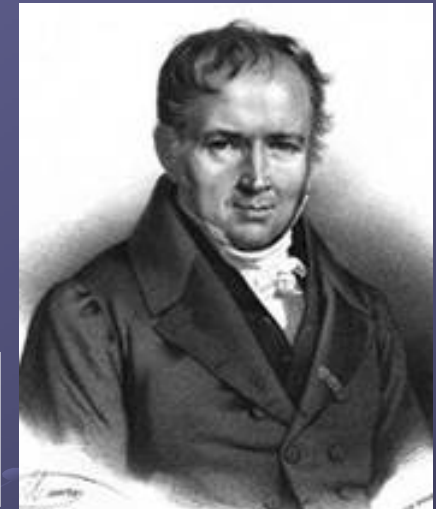
Томас Юнг (1773-1829)

Коэффициент Пуассона отражает соотношение поперечной ($e_{\text{поп}}$) и продольной ($e_{\text{пр}}$) деформации при **растяжении / сжатии**, т.е. показывает, насколько сжимается тело поперёк при растяжении вдоль. И наоборот. Зависит только от материала

$$n = e_{\text{поп}} / |e_{\text{пр}}|$$

Для абсолютно упругого материала $n = 0,5$, а для абсолютно хрупкого $n = 0$

Симеон Дени
Пуассон
(1781-1840)



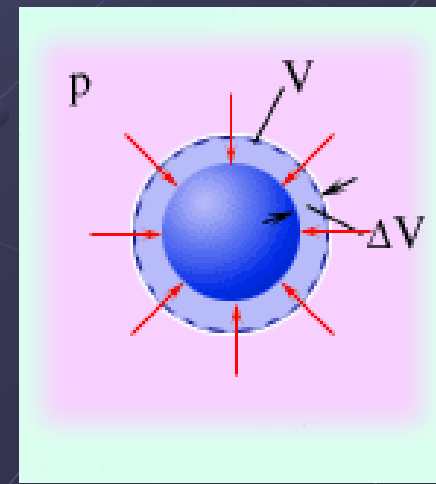
Модуль сдвига – характеризует сопротивление материала **сдвигу** при упругой деформации, определяется через модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Фактически же это отношение угла смещения (j) к **касательному** напряжению (t).

$$G = E/2 (1+n) = j / t$$

NB! Модуль сдвига для твердых тел в 2-3 раза **меньше** модуля Юнга!
Вывод – деформировать породу касательным напряжением легче, чем нормальным!

Модуль объемного сжатия – показатель **относительного сжатия**, т.е. относительного уменьшения объема ($-dV/V$) при увеличении литостатического давления (p)

$$K = - p / (dV \propto V)$$

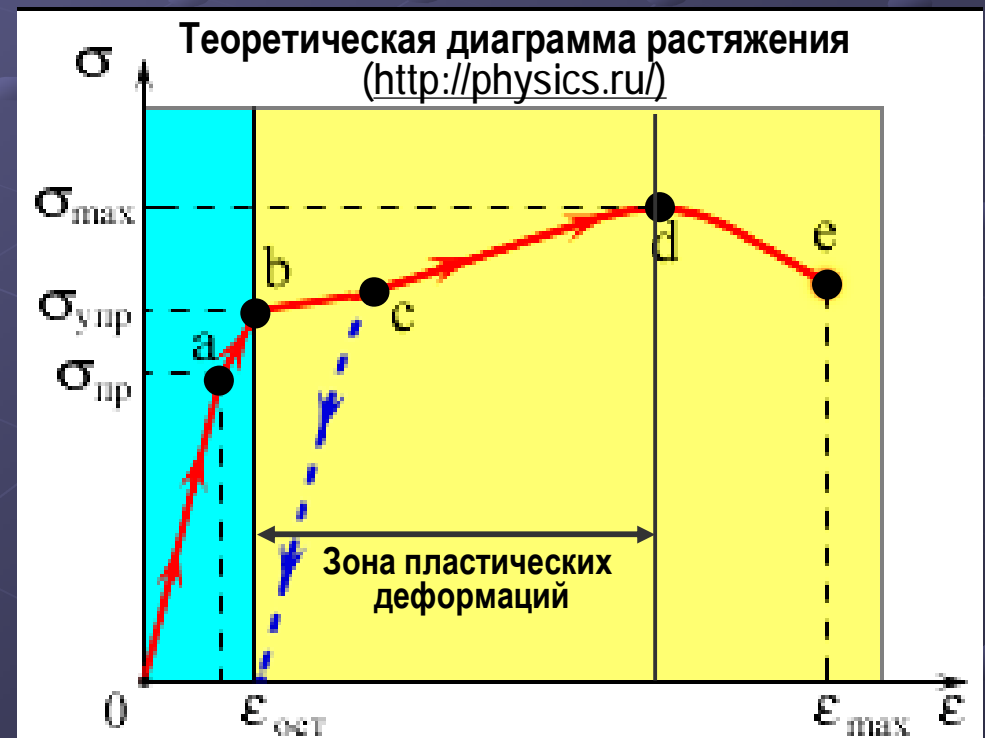


Пластическая деформация

Пластическая деформация – это деформация без разрушения, которая не исчезает после прекращения действия внешних сил. Частичное восстановление формы. Идеально пластическое тело после достижения **предела упругости** (точка «b») деформируется без увеличения нагрузки, оно просто течет до достижения **предела текучести** (точка «c»). Отрезок "b – c" называют "*площадкой текучести*". Далее сопротивление (и напряжение!) опять медленно возрастает до **предела прочности** (точка «d»). Отрезок "c – d" – "*зона упрочнения*". Но в природе "идеально пластичные тела" практически не встречаются. Характер протекания пластической деформации зависит от свойств материала и **времени**.

Релаксация – свойство материала увеличивать размер деформации при постоянном напряжении. Для сохранения размера деформации приходится постепенно уменьшать напряжение. Т.е. при релаксации упругая деформация как бы "рассасывается" и постепенно переходит в пластическую. Конкретные свойства тел зависят от **скорости релаксации**. Одно и то же тело на быструю деформацию будет реагировать как упругое, а на медленную – как пластичное. То есть, предел упругости в материалах с низкой вязкостью зависит от скорости деформирования.

Бытовой аналог: реакция гудрона на удар и нажатие.



Вязкость – внутреннее трение, свойство текучих тел оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. От вязкости зависит скорость пластической деформации, которая вызывается **касательным напряжением**.

Т.о. деформация (e) прямо пропорциональна касательному напряжению (t) и времени его действия (t) и обратно пропорциональна коэффициенту вязкости (h).

$$e = t t / h$$

Ползучесть – медленная непрерывная деформация материала, долгое время находящегося под воздействием напряжения **ниже предела упругости**.

Механизмы пластической деформации

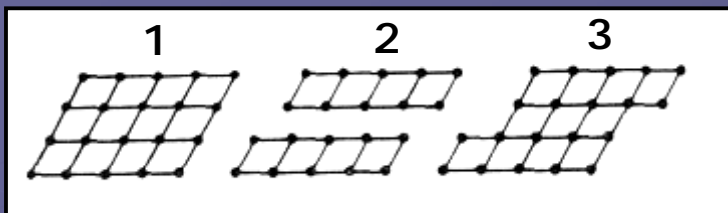
1. Межзерновое скольжение – перемещение отдельных зерен породы относительно друг друга. Такой механизм легко работает в обломочных породах, а в большинстве других проявляется только после грануляции или дробления.

2. Перекристаллизация – образование новых минеральных зерен в твердой породе:

- 1) увеличение в преимущественном направлении размеров существующих зерен,
- 2) зарождение новых зерен в этом направлении за счет уменьшения размеров других зерен.

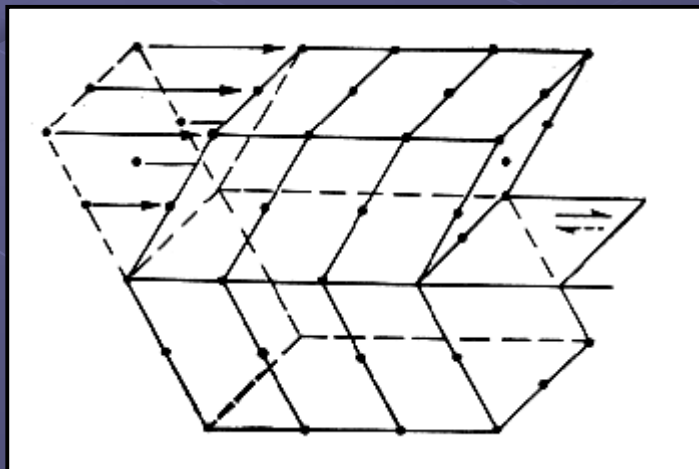
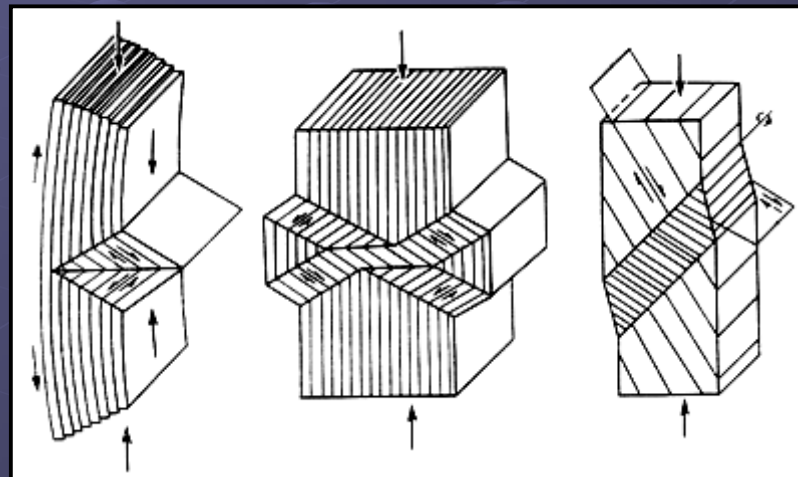
При трехосном сжатии происходит переориентация кристаллографических осей минералов, возникает сланцеватость или линейность.

3. Внутриверное скольжение – перемещение относительно друг друга некоторых участков в отдельных кристаллах. Различают несколько способов внутриверного скольжения, наиболее распространенные:



– **трансляционное скольжение** – перемещение атомных поверхностей на расстояние, кратное наименьшему межатомному расстоянию в данной кристаллической решетке

– **кингинг** – поворот кристаллической решетки с разрывом решетки и образованием изгибов и кинкбандов



– **двойниковое скольжение** – формирование механических двойников за счет простого сдвига внутри кристаллов

Разрушение пород

Разрушение пород происходит после преодоления **предела прочности** (точка «d»), когда исчерпываются возможности пластической деформации. Чем выше скорость деформации, тем ближе друг к другу предел упругости и предел прочности.

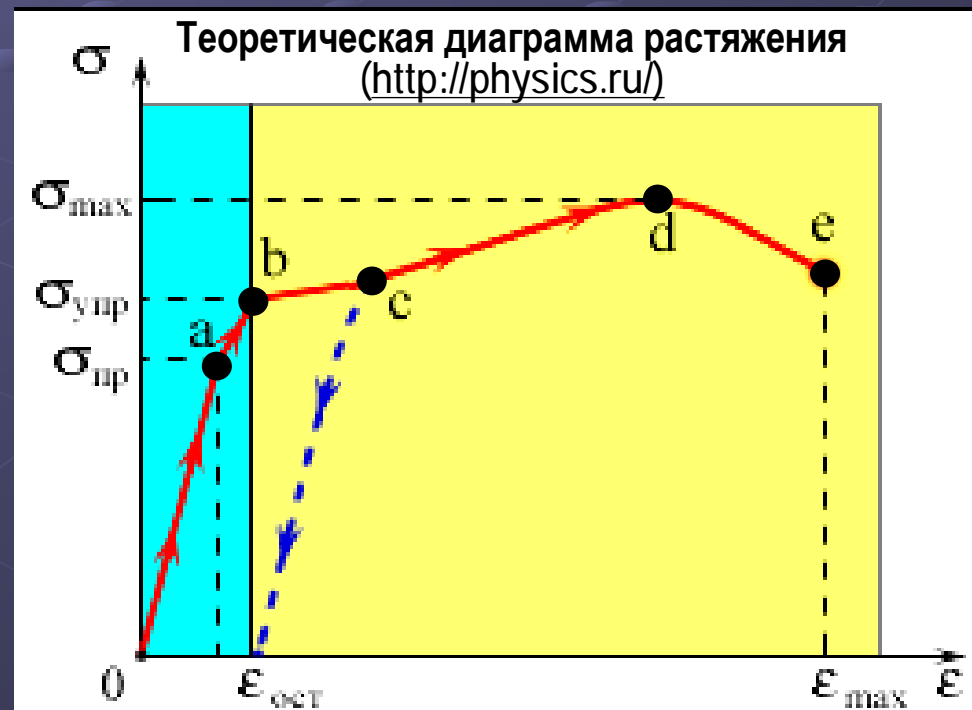
В реальных породах различают два вида разрушения:

- **хрупкое**, при котором отсутствуют остаточные деформации, поскольку предел прочности оказывается ниже предела упругости,
- **вязкое**, при котором остаточные деформации присутствуют, поскольку предел прочности оказывается выше предела упругости.

Соотношение пределов прочности и упругости может меняться в зависимости от времени и скорости воздействия напряжения, литостатического давления, температуры и т.д.

Как правило, разрушение пород происходит путем образования **трещин отрыва** и **трещин скалывания**, поэтому принято различать пределы прочности пород на **отрыв** и на **скалывание**, которые для одной и той же породы могут существенно различаться в зависимости от условий разрушения.

NB! Помни про модули! Разбить камень проще косым ударом (скалыванием), чем лобовым (отрывом)



Преодоление предела прочности – дело трудное!

